DES

MÉTHODES

DANS LES

SCIENCES DE RAISONNEMENT.

BIBLIOTECA PROVINCIALE
di
NAPOLI

L'Auteur et l'Éditeur se réservent le droit de traduire ou de faire traduire cet Ouvrage en toutes langues. Ils poursuivront, en vertu des Lois, Décrets et Traités internationaux, toutes contrefaçons ou toutes traductions faites au mépris de leurs droits.

Le dépôt légal de cet Ouvrage a été fait à Paris dans le courant de 1865, et toutes les formalités prescrites par les Traités sont remplies dans les divers États avec lesquels la France a conclu des conventions littéraires.

Tout exemplaire du présent Ouvrage qui ne porterait pas, comme ci-dessous, la griffe de l'Éditeur, sera réputé contrefait. Les mesures nécessaires seront prises pour atteindre, conformément à la loi, les fabricants et les débitants de ces exemplaires.

Gauthier Villars

PARIS. — IMPRIMERIE DE GAUTHIER-VILLARS,
Rue de Seine-Saint-Germain, 10, près l'Institut.

Digitized by Google

015674

(1

DES

MÉTHODES

DANS LES

SCIENCES DE RAISONNEMENT,

BIBLIOTECA PROVINCIALE DI NAPOLI

PAR J.-M.-C. DUHAMEL,

Membre de l'Institut (Académie des Sciences),
Professeur à l'École Polytechnique et à la Faculté des Sciences,
Membre correspondant de l'Académie de Berlin, de l'Académie de Saint-Pétersbourg,
de la Société des Curieux de la Nature de Moscou, de la Société Philomathique

BIBLIOTECA PROVINCIALE DI NAPOLI

PARIS,

GAUTHIER-VILLARS, IMPRIMEUR-LIBRAIRE

DU BUREAU DES LONGITUDES, DE L'ÉCOLE IMPÉRIALE POLYTECHNIQUE.

SUCCESSEUR DE MALLET-BACHELIER,

Quai des Augustins, 55.

1865

(L'Auteur et l'Éditeur de cet Ouvrage se réservent le droit de traduction

Digitized by Google

Digitized by Google

PREMIÈRE PARTIE.

DES

MÉTHODES

COMMUNES A TOUTES

LES SCIENCES DE RAISONNEMENT.

Digitized by Google

TABLE DES MATIÈRES.

PREMIÈRE PARTIE.

DES MÉTHODES COMMUNES A TOUTES LES SCIENCES DE RAISONNEMENT.

Pages

ORIGINE ET OBJET DE CET OUVRAGE..... 1

AVANT-PROPOS..... 9

CHAPITRE PREMIER.

DU RAISONNEMENT ET DES SCIENCES..... 15

Ce que c'est que *rapports* et *lois*..... 16

Ce que c'est qu'*une définition*..... 16

Déduction, raisonnement..... 17

Comment se font les déductions..... 18

D'où proviennent le plus souvent les erreurs de raisonnement. 21

De l'opération inverse de la déduction, ou de la *réduction*.... 24

Des propositions réciproques..... 25

Des propositions incompatibles..... 25

Que du faux on peut quelquefois déduire le vrai..... 26

CHAPITRE II.

CE QUE C'EST QU'UNE SCIENCE DE RAISONNEMENT..... 29

Digitized by Google

CHAPITRE III.

Pages.

DES DIVERS GENRES DE QUESTIONS QUI SE PRÉSENTENT DANS UNE SCIENCE DE RAISONNEMENT..... 33
Déduction sans but déterminé..... 33
Démonstration de propositions énoncées..... 33
Détermination d'une chose d'après des rapports qu'elle doit avoir avec des choses données..... 34
Démonstration de la fausseté d'une proposition..... 35
Reconnaître si une proposition est vraie ou fausse..... 35

CHAPITRE IV.

RECHERCHE DE VÉRITÉS NOUVELLES NON DÉSIGNÉES..... 37

CHAPITRE V.

DE L'ANALYSE..... 39
Méthode analytique pour la démonstration des théorèmes.... 40
Cas où la dépendance des propositions successives peut être renversée..... 41
Méthode analytique pour la solution des problèmes..... 42
Que les rapports substitués doivent être réciproques pour que la solution soit parfaite..... 44
Remarque importante..... 46
Cas où les rapports substitués seraient simplement des conséquences des proposés..... 46
Résumé..... 47
Remarques..... 48
Décomposition de la question..... 49
Observation..... 49

CHAPITRE VI.

DE LA SYNTHÈSE..... 51
Démonstration des théorèmes par la méthode synthétique.... 51
Observations sur cette méthode..... 51
Résolution des problèmes par la méthode synthétique..... 53
Observations sur cette méthode..... 54

Digitized by Google

CHAPITRE VII.

Pages
Remarques diverses sur ces méthodes..... 55
Emploi alternatif de l'analyse et de la synthèse..... 55
Cas où la déduction serait la marche d'invention..... 55
Application de l'analyse et de la synthèse à des questions tirées de la vie ordinaire..... 56

CHAPITRE VIII.

Comment on démontre la fausseté d'une proposition..... 58
Comment on reconnaît si une proposition énoncée est vraie ou fausse..... 59

CHAPITRE IX.

Méthode de démonstration par la considération des propositions contradictoires, ou méthode de réduction a l'absurde. 60

CHAPITRE X.

De l'analyse et de la synthèse chez les anciens..... 62

CHAPITRE XI.

Observations sur l'analyse des anciens..... 66
De la méthode analytique d'après Euclide..... 66
De la méthode analytique d'après Pappus..... 66

CHAPITRE XII.

Des méthodes de raisonnement, ou de la logique, chez les modernes..... 69
Opinion de Bacon et de Descartes sur la logique..... 69

CHAPITRE XIII.

De la logique de Port-Royal..... 74
De la méthode..... 75

Digitized by Google

CHAPITRE XIV.

Pages.
De la logique de Condillac..... 79
L'analyse suivant Condillac..... 79
De l'opinion de Condillac, que les langues sont des méthodes analytiques..... 83
De l'opinion que l'art de raisonner se réduit à une langue bien faite..... 87
De l'opinion que l'identité fait toute l'évidence du raisonnement..... 89
Conclusion de la discussion précédente..... 92

FIN DE LA TABLE DES MATIÈRES DE LA PREMIÈRE PARTIE.

Digitized by Google

ORIGINE ET OBJET DE CET OUVRAGE.

La conception de cet Ouvrage remonte à ma première jeunesse. L'exécution en a été souvent interrompue, mais jamais abandonnée : mon penchant et mes fonctions mêmes m'y ont toujours ramené.

Les Cours que j'avais suivis avant mon entrée à l'École Polytechnique, m'avaient laissé quelques obscurités dans l'esprit. Les Cours plus élevés de l'École ne les éclaircirent point, et en firent naître de nouvelles. Quoique ces difficultés ne parussent point inquiéter autant que moi la plupart de mes condisciples, je reconnaissais facilement qu'ils ne les pouvaient lever quand elles leur étaient proposées; et je dus penser que mes doutes avaient quelque chose de fondé, et que sur ces points l'enseignement manquait au moins de précision, et quelquefois peut-être de franchise.

Le licenciement général de l'École Polytechnique en 1816, en m'obligeant à abandonner la série des études des Écoles d'application, me permit de me livrer de bonne heure à mes réflexions sur ces points délicats. La carrière de l'enseignement, que j'adoptai, m'en faisait même une obligation ; car je n'aurais jamais pu affirmer des choses qui m'auraient laissé

quelque doute. Et il ne m'aurait pas suffi non plus d'avoir la conviction de leur exactitude, il fallait que les élèves l'eussent aussi ; je ne leur aurais jamais donné le conseil de d'Alembert: *Avancez, et la foi vous viendra*. Je devais donc commencer par lever pour moi-même toutes les difficultés, si cela m'était possible, et ensuite rendre l'exposition assez claire et assez rigoureuse pour que ces difficultés ne se présentassent pas à l'esprit des élèves.

Telle a été mon étude dans toute ma vie de Professeur : telle elle sera encore quelques années, je l'espère.

Dans cette longue période qui comprend près d'un demi-siècle, j'ai formé un grand nombre d'élèves, soit dans les Écoles préparatoires, soit à l'École Normale, à la Faculté des Sciences et à l'École Polytechnique, à laquelle je suis attaché depuis plus de trente ans. Je n'ai rien écrit sur la partie si importante de la science qui fait la matière des examens d'admission de ces deux grandes Écoles; et c'est là cependant que se présentent les difficultés les plus graves, qu'il importait tant de faire disparaître. Je me suis contenté de propager mes idées par mes Cours et mes conversations. Plusieurs de mes élèves, il est vrai, ont publié des ouvrages élémentaires destinés à l'enseignement des Lycées, et adaptés aux Programmes officiels de ces établissements. On n'y rencontre pas, sans doute, les défectuosités qui se trouvaient dans les Traités qui les ont précédés : mais quelque prolongé et quelque intime qu'ait été pour eux mon enseignement, on ne peut considérer leurs ouvrages comme en étant la fidèle et complète représentation.

J'aurais bien désiré que mes travaux et mes occupations me permissent de composer un Cours élémentaire complet, indépendant de toute considération d'examens et de Programmes officiels. Dans l'impossibilité où je me suis trouvé jusqu'ici de réaliser ce projet, j'ai cru pouvoir y suppléer en partie, et faire une chose utile, même dans l'état actuel de l'enseignement, en présentant, avec le développement qu'elles comportent, les théories générales sur lesquelles il est à craindre que les élèves ne prennent des idées fausses, ou au moins obscures. C'est ce que j'ai déjà fait sommairement dans mes Cours de la Sorbonne : c'est ce que je me propose de faire avec plus d'étendue dans cet Ouvrage.

Lorsque j'ai commencé à m'occuper des méthodes relatives aux diverses questions générales que présente le développement des sciences mathématiques, j'ai été conduit naturellement à l'étude de ces mêmes méthodes dans toutes les sciences de raisonnement, quelle que soit la nature des choses dont elles traitent. La question devient alors du ressort de la logique pure, et constituerait même la logique tout entière, si on la définissait l'*art de raisonner*, et qu'on en écartât toute dissertation sur l'âme et sur l'origine des idées.

C'est cette Partie de l'Ouvrage que je publie aujourd'hui. Elle traite du raisonnement et des méthodes générales à suivre pour la résolution des questions qui peuvent se présenter dans toutes les sciences où l'on part de notions admises comme évidentes, et de principes regardés comme certains. Elle diffère beaucoup des logiques publiées jusqu'à ce jour. De toutes celles-ci, la plus célèbre et aussi la plus ancienne est

celle d'Aristote. La première Partie de ce grand ouvrage a pour titre *Premiers analytiques*, et son objet est la théorie du syllogisme, qui y est défini : *une énonciation dans laquelle certaines propositions étant posées, on en conclut nécessairement quelque autre proposition différente, par cela seul que celles-là sont posées.* Il considère une multitude d'espèces et de formes différentes de syllogismes, et discute les divers cas dans lesquels il est possible ou impossible de tirer une conséquence des propositions admises. Ces discussions ingénieuses ont été servilement reproduites pendant des siècles, et ont fait la base de l'enseignement de l'art de raisonner, en perdant même une partie de la rigueur qu'Aristote y avait mise.

C'est à Euler qu'on doit une exposition claire et rigoureuse de tous les ingénieux théorèmes établis par ce grand homme dans ses *Premiers analytiques*. Mais malgré cet hommage rendu par un illustre géomètre au créateur de la logique, malgré la clarté et la simplicité qu'il a fait acquérir à ces démonstrations, nous ne croyons pas qu'il soit bon de rester dans les anciens errements, et de faire entrer comme partie essentielle de la doctrine l'examen minutieux de toutes les variétés de circonstances dans lesquelles la déduction peut avoir lieu. Nous croyons surtout qu'il serait contraire à la raison de chercher des règles nécessaires et suffisantes pour reconnaître la justesse ou la fausseté des raisonnements; ne fût-ce que par cette raison que, pour démontrer ces règles, il faudrait raisonner sans leur secours, ce qui ne pourrait conduire, d'après l'hypothèse, qu'à des résultats incertains.

La justesse d'une déduction se reconnaît par le sentiment de l'évidence; et Descartes, en ramenant toutes les connaissances à ce sentiment, a rejeté tous les préceptes de la logique, comme incapables de guider sûrement dans la recherche de la vérité. Cette opinion a été partagée par le célèbre auteur de la *Logique de Port-Royal;* mais quoiqu'il reconnaisse l'inutilité des règles pour la déduction, il admet que leur discussion peut offrir un exercice utile à l'esprit, et il expose la théorie du syllogisme avec presque autant de détail qu'Aristote, réservant probablement ses forces pour les luttes où sa conscience religieuse était intéressée. S'il avait eu le courage de secouer le joug de la scolastique, il en aurait pour toujours débarrassé l'enseignement; et nous ne verrions pas présenter, aujourd'hui encore, cet échafaudage de règles comme la base de l'art de raisonner.

Condillac, novateur plus hardi, n'en a pas même parlé, et nous l'imiterons en cela, mais en cela seulement : on verra, par la critique que nous ferons de sa logique, combien nous sommes loin d'avoir la même doctrine.

Mais si nous repoussons les imitateurs d'Aristote, nous n'en professons pas moins la plus haute admiration pour ce grand homme. Et, cependant, nous ne pouvons nous empêcher de penser qu'on aurait eu le droit d'attendre quelque chose de plus d'un disciple de Platon, qui devait connaître la méthode analytique inventée par son maître; méthode qu'il aurait dû reconnaître applicable, non-seulement aux mathématiques, mais à la résolution de toutes les questions de raisonnement dont on possède les données nécessaires.

Comment se fait-il qu'il ne la mentionne même pas, et qu'il ne s'occupe que des moyens de prévenir les fausses déductions, qui sont si peu à craindre, au lieu de dire comment il faut diriger les déductions pour parvenir, soit à la démonstration de la proposition énoncée, soit à la solution de la question proposée?

Malheureusement, les philosophes qui ont succédé aux Grecs ont négligé l'étude des sciences mathématiques, si en honneur chez les premiers. Platon avait écrit sur les murs de son école : *Que nul n'entre ici, s'il n'est géomètre.* Sans doute, sa haute intelligence voyait dans la *déduction* la même opération de l'esprit, quelle que fût la nature des données; et la méthode analytique, dont il est regardé comme l'inventeur, était destinée à la résolution de toutes les questions de raisonnement. Mais comme les données primitives, qui sont la base des sciences mathématiques, sont plus simples et plus claires que dans toute autre branche des connaissances humaines, on ne risque pas de s'égarer dans ces sciences, quelque loin qu'on pousse les déductions. Elles offrent donc la meilleure application des méthodes de démonstration et de recherche; et c'est pour cela que Platon repoussait, comme indigne de prendre part aux discussions philosophiques, celui qui ne s'y était pas préparé par l'étude approfondie de la Géométrie.

Les choses ont bien changé après lui. La séparation de la science et de la philosophie est devenue de plus en plus marquée. Les géomètres ont conservé leurs méthodes; les philosophes ne les ont plus connues. L'analyse de Platon s'est appelée l'analyse des géomètres, comme si la nature du raisonnement variait

avec la matière : l'analyse des logiciens purs est devenue une simple décomposition d'un tout en ses parties. Ils ne la considèrent pas encore autrement aujourd'hui. Condillac l'a ainsi définie, et n'a pas été contredit; et, ce qui est plus singulier, il a été jusqu'à croire que cette analyse était celle des géomètres, montrant ainsi qu'il n'avait pas assez suivi le précepte de Platon, et que peut-être même il ne connaissait pas la méthode analytique de ce grand homme, qu'on ne trouve point, il est vrai, dans ce qui nous est parvenu de ses œuvres, et qui ne nous a été transmise que par les géomètres.

Pour nous, nous ne reconnaissons qu'une seule analyse, une seule synthèse. La déduction est la même opération de l'esprit, et doit être dirigée de la même manière, soit qu'elle s'applique à des quantités géométriques, soit à des nombres, soit à toute autre espèce de choses. Cette première Partie de notre Ouvrage est donc destinée, non pas seulement à ceux qui cultivent les sciences mathématiques, mais à tous ceux qui veulent étudier les procédés que l'esprit humain doit employer pour la résolution des questions de raisonnement, quelle que soit la nature des objets auxquels il s'applique.

Nous croyons avoir ajouté quelque chose aux méthodes exposées dans les ouvrages des anciens géomètres, et leur avoir donné plus de rigueur et de précision; c'est aux logiciens géomètres à juger si nous nous faisons illusion à cet égard. Quant à ceux qui étudient les généralités *à priori*, et ne songent même pas ensuite à en faire l'application à la résolution de questions qui demandent et comportent l'exactitude et

la rigueur; quant aux philosophes habitués à traiter des questions vagues, sans données positives, et, par suite, sans conclusion nécessaire et évidente, nous n'avons aucune raison d'espérer les convaincre; nous ne pensons même pas qu'ils apportent à l'examen de nos idées toute l'attention nécessaire pour les bien comprendre: aussi ne les combattront-ils pas, mais ils les repousseront. Et ils le feront de bonne foi; car n'ayant jamais fait un usage sérieux de leurs méthodes, ils n'ont pu en reconnaître la vanité.

Digitized by Google

AVANT-PROPOS.

BIBLIOTECA PROVINCIALE DI NAPOLI

Si l'on voulait remonter aux premières origines des connaissances humaines, il faudrait se reporter à l'époque de l'apparition de l'homme sur la terre, après que ce globe, primitivement incandescent et fluide, s'est solidifié à sa surface, et suffisamment refroidi pour permettre et entretenir l'existence des végétaux, et ensuite des animaux et de l'homme. Cette recherche dépendrait de l'état où on le supposerait au moment de sa création, et serait peu utile à cause de l'incertitude des données. Il est plus sage de considérer l'homme, tel qu'il est aujourd'hui, naissant au milieu d'hommes parvenus à un état de civilisation quelconque; vivant et se développant, avec leur aide, au moral comme au physique. Nous assistons tous les jours à ce développement successif; et l'étude en est assez facile à celui qui veut y donner un peu d'attention.

Nous ne nous proposons pas ici de nous livrer à cette étude, qui a été l'objet des méditations de tant de philosophes, mais simplement de bien assurer notre point de départ. Nous ne voulons pas qu'on puisse nous reprocher d'expliquer des choses par d'autres aussi peu connues, ou de supposer certaines connais-

Digitized by Google

sances antérieures, sans les mentionner expressément; nous nous bornerons toutefois à indiquer comment nous concevons que se sont formées les notions premières que nous admettons comme des données incontestables.

Les premiers mots qu'on essaye de faire balbutier à un enfant, sont les noms des personnes et des objets qui l'entourent, et de lui-même, qu'il ne confond jamais avec ce qui n'est pas lui. L'association constante des mêmes sons aux mêmes objets, fait que les uns lui rappellent les autres; mais pour que ce soit devenu un commencement de langage, il faut qu'il ait compris que ceux avec qui il vit, lient intimement à ce son l'idée de l'objet, et qu'il suffit de le faire entendre pour que l'on pense à cet objet et qu'on comprenne que les autres y pensent de même.

Les qualités des choses ont été aussi faciles à lui désigner par des mots, à la condition de se borner à celles qu'il peut expérimenter lui-même. Il en est de même d'un certain nombre de sentiments, et surtout d'actes, dont les uns lui sont demandés et les autres défendus. De cette manière l'enfant a bientôt à sa disposition un grand nombre de mots, substantifs, adjectifs et verbes; les autres parties du discours ne tardent pas à se joindre aux premiers, et il se trouve en possession d'un langage simple, borné aux choses qu'il connaît parfaitement, et sur lesquelles il peut exprimer certains actes, certains sentiments et diverses circonstances de temps, de position, etc.

Les idées générales et abstraites seront aussi facilement saisies par lui, pourvu qu'elles ne soient que des extensions des idées particulières qu'il possède. Il

ne sera pas nécessaire, par exemple, qu'il ait vu beaucoup d'animaux d'une même espèce pour appliquer à tout autre individu de cette espèce le nom dont on lui aura désigné les premiers.

Quand il aura agi un certain nombre de fois *bien* ou *mal*, et qu'on le lui aura fait sentir, il comprendra que les idées de bien et de mal peuvent s'appliquer à bien d'autres choses encore; et le sentiment général du *bien*, dont la nature a mis le germe en lui, sera développé.

Quand on lui aura montré beaucoup d'objets qu'on aura appelés *beaux*, de nature très-différente, mais toujours à sa portée, c'est-à-dire capables de lui inspirer l'espèce de plaisir qui accompagne la vue des belles choses, il généralisera l'idée de beauté, et saura bien dire s'il trouve belle une chose qu'il verra pour la première fois.

Bien plus, quand on lui racontera des actes de vertu ou de dévouement, qui lui inspireront de l'admiration et du respect, et qu'on les qualifiera de *beaux*, il ne trouvera pas étrange que des objets matériels, et des actes considérés dans ce qu'ils ont d'immatériel, reçoivent la même qualification, puisqu'ils lui font éprouver des sentiments qui ont quelque chose de semblable.

Il acquiert aussi facilement les idées du vrai et du faux, ou de ce qui est et de ce qui n'est pas; ses plus simples amusements lui en fournissent de fréquentes occasions. Son intérêt aussi lui inspire quelquefois le désir de tromper, c'est-à-dire de faire croire ce qui n'est pas, et d'empêcher qu'on croie ce qui est. La vérité et le mensonge sont donc bientôt connus de lui,

et les mots par lesquels on les lui désignera resteront dans son esprit comme applicables à bien d'autres cas que ceux à l'occasion desquels ils ont été créés.

On voit donc comment l'observation, aidée de l'intelligence, amène l'enfant à posséder des idées générales sur le beau, sur le bien et le mal, le vrai et le faux, l'être et le non-être, ou l'existence et le néant, et bien d'autres encore qu'il ne pourra plus perdre, mais dont il lui serait impossible, ou au moins très-difficile, de retrouver l'origine.

Ce sont ces notions premières et les dénominations qu'on y a attachées que nous supposerons à ceux que nous voudrons instruire. Elles nous serviront à donner d'autres connaissances ; mais nous ne chercherons point à les éclaircir elles-mêmes, parce que les explications n'ont pour but que de ramener ce qu'on ne connaît pas à ce que l'on connaît, et qu'il faut par conséquent admettre *à priori* certaines notions, certaines idées, par leur simple énoncé, ou la simple dénomination par laquelle on les a désignées.

Ainsi, par exemple, nous nous garderons bien d'expliquer ce que nous entendons par une vérité, ce que c'est que *être* ou *exister*, soit matériellement, soit intellectuellement. Nous ne définirons ni le temps, ni l'étendue, que l'enfant conçoit très-bien dès qu'il a vu et touché, et dès qu'il a reconnu une succession dans les événements, mais qui pourront devenir obscurs pour lui plus tard, si on cherche à les lui définir.

Il est encore d'autres notions que nous admettrons comme acquises, ainsi que les mots qui les expriment. Nous mentionnerons entre autres la dénomination d'une idée très-générale, et qu'il est très-commode

d'introduire dans le langage ; mais il ne faut pas le faire d'une manière subreptice, il faut que le sens qu'on y attache soit bien entendu, et qu'on n'ait lieu, dans aucune occasion, de se demander ce qu'on entend par là. Nous voulons parler du mot *chose*. Nous désignerons par là tout ce qui peut être le sujet ou l'objet d'un acte matériel ou immatériel. Les corps de la nature, l'espace, le temps, les facultés de l'esprit, les idées elles-mêmes y sont renfermés. Et ce n'est pas nous seuls qui l'entendons ainsi, c'est tout le monde; seulement nous en prévenons d'avance, pour pouvoir nous servir de cette dénomination générale, sans être exposé à ce que l'on se demande ce que nous voulons dire.

Ainsi, lorsque Montesquieu, après avoir dit que les lois sont les rapports nécessaires qui dérivent de la nature des *choses*, veut donner des exemples des choses qui ont leurs lois, il s'exprime ainsi : « La Divinité a ses lois, le monde matériel a ses lois, les intelligences supérieures à l'homme ont leurs lois, les bêtes ont leurs lois, l'homme a ses lois. » Les *choses* sont ici la Divinité, le monde matériel, les intelligences supérieures à l'homme, les bêtes, l'homme.

Dans le livre suivant, il cherche les lois qui dérivent de la nature du gouvernement; la chose est alors le gouvernement.

Nous ne pouvons pas énumérer toutes les notions et tous les mots que nous admettrons sans explication : il faut un langage très-avancé pour traiter des méthodes et des sciences, et ce langage s'est formé comme nous l'avons indiqué brièvement par quelques exemples. Mais les idées spéciales qu'il faut avoir

à priori sont en petit nombre, et il faut qu'elles soient bien nettement énoncées afin que le lecteur sache bien qu'on n'a nullement pour but de les définir ou de les démontrer, mais seulement d'y ramener toutes les autres. Il pourra bien s'en trouver parfois que nous n'aurons pas particulièrement désignées; le lecteur jugera facilement que nous les aurons regardées comme faisant partie des données premières, acquises comme nous l'avons dit, et auxquelles nous cherchons à tout ramener.

Digitized by Google

DES

MÉTHODES

COMMUNES A TOUTES

LES SCIENCES DE RAISONNEMENT.

CHAPITRE PREMIER.

DU RAISONNEMENT ET DES SCIENCES.

1. Les vérités nécessaires existent par elles-mêmes ; le raisonnement et la méthode ne sont que des moyens que l'homme emploie pour les découvrir ou les reconnaître, et ne doivent par conséquent être envisagés que par rapport à l'esprit humain : leur unique objet est de produire en lui la connaissance et la *certitude*.

L'état de certitude est produit dans l'homme par le sentiment clair de la vérité, ou, en d'autres termes, par l'évidence. Descartes admet que lorsqu'on l'éprouve, c'est bien la vérité qu'on aperçoit, parce que, dit-il, Dieu ne peut avoir voulu nous tromper. Il n'est cependant personne qui n'ait cru quelquefois avoir l'évidence, et n'ait reconnu plus tard qu'il s'était trompé. Ce sentiment n'est donc pas infaillible, et l'on ne doit s'y fier qu'avec une extrême réserve.

Il est des vérités dont l'évidence frappe immédiatement tous les esprits, et qu'on doit admettre comme point de départ : les méthodes ont pour objet de faire servir ces vérités

à en découvrir d'autres qui produisent dans les hommes le même sentiment d'évidence, et qu'ils admettent alors avec la même certitude que les premières. Des êtres supérieurs à l'homme pourraient n'avoir pas besoin de ces détours, et apercevoir immédiatement toutes les vérités avec la même évidence; nos méthodes ne leur seraient pas nécessaires : elles ne sont faites, nous le répétons, que pour suppléer à la faiblesse de l'esprit humain.

Ce que c'est que rapports et lois.

2. Une vérité dans la conception de laquelle entre la considération d'une certaine chose s'appelle une *propriété* de cette chose.

L'expression d'une vérité quelconque sera désignée généralement sous le nom de *proposition*.

Une vérité dans la conception de laquelle entre la considération de plusieurs choses est ce qu'on appelle un *rapport* entre ces choses.

Les rapports nécessaires qui dérivent de la nature des choses, sont ce qu'on appelle les *lois* de ces choses.

Ce que c'est qu'une définition.

3. Les choses nouvelles dont on voudra introduire la notion, en les rattachant aux premières sur lesquelles tous les hommes sont d'accord, devront être déterminées au moyen des rapports qu'elles ont avec celles qui sont connues. Il ne faudra pas que tous les rapports possibles soient exprimés : on devra se borner à ceux qui sont nécessaires et suffisants pour que l'existence de la chose soit complétement et distinctement assurée; car toute autre condition ajoutée serait une conséquence des premières, ou serait incompatible avec elles.

C'est en l'entendant ainsi que nous dirons que *la défi-*

nition d'une chose est l'expression de ses rapports avec des choses connues.

Et par conséquent toutes les choses ne peuvent être définies, puisqu'il faut pour cela en connaître déjà d'autres. On ne peut, comme nous l'avons dit, que ramener de proche en proche à celles qu'on admet par le sentiment de l'évidence.

Déduction, raisonnement.

4. Lorsque plusieurs rapports dont l'existence est certaine entraînent avec évidence celle d'un nouveau rapport, on dit que ce dernier est une *conséquence* des autres; et cette opération de l'esprit par laquelle on arrive à la connaissance d'un rapport, d'après d'autres rapports admis, se nomme une *déduction* ou un *raisonnement*.

Ainsi, *raisonner* ou *déduire*, c'est parvenir, au moyen de rapports connus, à des rapports qu'on ne connaissait pas. Cette déduction se fait par le sentiment de l'évidence, qui n'a besoin d'aucune règle et ne peut être suppléé par aucune.

5. Toutefois, les hommes étant sujets à l'erreur, il pourra arriver qu'une proposition qu'on aura regardée comme une conséquence de certaines autres, ne le soit cependant pas. Dans ce cas on aura fait ce qu'on appelle *un faux raisonnement*, soit que la proposition déduite soit fausse par elle-même, soit qu'étant vraie elle ne soit pas une conséquence nécessaire des premières.

Aristote a donné des règles de déduction, dans des conditions très-variées; et les écoles philosophiques n'ont fait pendant longtemps que reproduire, sans les éclaircir, les ingénieuses discussions de ce grand homme. Il a fallu vingt siècles pour qu'il se trouvât un autre homme de génie qui osât penser et dire que l'évidence était le seul caractère au moyen duquel on pût s'assurer de la justesse ou de la faus-

seté d'un raisonnement. Depuis Descartes, la plupart des logiciens qui enseignent les règles du *syllogisme*, ne le font que par respect pour leur illustre auteur, et pour ne pas supprimer de la philosophie ce qui en a été longtemps la partie la plus essentielle. Nous ne parlerons pas de toutes ces propositions qui tiennent une si grande place dans la logique d'Aristote ; nous nous bornerons à dire qu'elles ne sont exactes qu'en y introduisant certaines restrictions et explications, qui étaient certainement bien dans l'esprit de cet homme si éminent, mais qui n'ont été nettement formulées que par Euler. Par là ces fameuses règles se sont réduites à des exercices ingénieux de raisonnement ; elles doivent disparaître de l'exposition générale des méthodes.

Comment se font les déductions.

6. Lorsque l'on a admis ou démontré que tous les individus qui composent un certain groupe jouissent d'une certaine propriété commune, et que l'on reconnaît un individu comme appartenant à ce groupe, on peut affirmer qu'il en jouit lui-même : on ne fait ainsi que répéter pour cet individu ce qu'on avait implicitement affirmé de lui, en même temps que de tous les autres. Cette affirmation résultant de l'énonciation de deux propositions, savoir : que l'individu fait partie du groupe, et que tous les individus du groupe jouissent d'une même propriété, constitue l'une des formes de déduction qui se rencontrent le plus fréquemment. C'est la forme de *syllogisme* qu'on cite le plus ordinairement dans les Traités de logique, et à laquelle au fond toutes les autres se ramènent. Cela est si étrangement simple, qu'on peut s'étonner qu'on ait jugé à propos de donner un nom à une pareille opération de l'esprit. Et probablement qu'on ne l'eût pas fait si on

avait reconnu qu'elle consistait simplement en ceci : *quand on a pu affirmer une chose d'un individu, on a le droit de la répéter*. On aurait vu qu'il suffisait de bien s'assurer du droit de l'affirmer une première fois. En d'autres termes, on aurait vu que la chose importante était l'établissement de la proposition générale, qui n'est que la réunion de toutes les propositions particulières.

7. *Remarque.* — Il est presque inutile de dire que la propriété commune à tous les individus du groupe peut aussi bien être négative qu'affirmative. Je le fais néanmoins, parce que dans Aristote, et même dans Euler, qui n'ont pas remarqué cette identité, on trouve des subdivisions inutiles, et des cas de syllogismes qui, quoique les mêmes, sont traités comme différents ; ce qui complique encore une théorie déjà si chargée. Ainsi, pour me servir des notations employées dans ces deux ouvrages, lorsqu'on a dit : Tout A jouit de la propriété d'être B ; or C est A : donc C est B, n'est-ce pas se répéter que de dire :

Tout A jouit de la propriété d'être non B ;
Or C est A ;
Donc C est non B ?

Nous ajouterons encore une remarque, presque inutile par son excès d'évidence ; c'est que tous les individus du groupe, jouissant de la même propriété, tout individu qui n'en jouirait pas ne ferait pas partie de ce groupe. Et nous ne la faisons que parce que dans des Traités célèbres elle est indiquée comme un des moyens généraux de déduction.

8. Il est encore un autre moyen de déduction, fréquemment employé, et qui consiste dans ce principe bien évident, que deux choses reconnues identiques peuvent se remplacer l'une l'autre dans toute proposition et toute

opération où elles entrent d'une manière quelconque. Cette remarque, à peine nécessaire à mentionner, conduit à cette autre, bien évidente d'ailleurs par elle-même, que deux choses identiques chacune à une troisième sont identiques l'une à l'autre. Ainsi, quand on aura reconnu que A est identique à C, et que B est aussi identique à C, on en tirera cette conséquence que A est identique à B; et cette troisième affirmation ne se confond avec aucune des deux premières, mais résulte de leur simultanéité.

Cet axiome, si évident par lui-même, serait, comme nous l'avons dit, une suite nécessaire du précédent, puisqu'on obtient la troisième proposition en substituant dans la première à C son identique B. Ce moyen de déduction est l'un des plus utiles et des plus fréquemment employés dans les sciences mathématiques.

On voit donc que la déduction est une opération bien simple, soit qu'elle consiste dans la répétition, pour un individu, d'une proposition admise pour chacun de ceux d'un groupe dont il fait partie ; soit qu'elle consiste dans la substitution de deux choses identiques l'une à l'autre. Il n'y a donc nullement lieu de faire une théorie de cette opération et de faire occuper au syllogisme une si grande place dans les Traités de logique, et dans les Cours de philosophie de notre temps. Mais ce qui serait d'une importance capitale, et ce qu'on omet complétement, ce serait d'enseigner comment il faut diriger les déductions, ou les syllogismes, pour parvenir au but qu'on se propose ; en d'autres termes, ce sont les méthodes de démonstration et de recherche qu'il faudrait enseigner. Ce n'est pas qu'elles fournissent des moyens sûrs de réussir ; mais elles donnent une direction à l'esprit, et lui apprennent l'art de *chercher*, qu'il faut bien connaître pour avoir quelque chance de *trouver*. Les logiciens jugeront si cet Ouvrage peut les aider à combler cette lacune dans leur enseignement.

D'où proviennent le plus souvent les erreurs de raisonnement.

9. Les erreurs que l'on commet en raisonnant proviennent moins souvent du vice de la déduction que de l'inexactitude des propositions admises.

Ainsi, quand on a admis que tous les individus qui composent un groupe jouissent d'une certaine propriété, et qu'on a constaté qu'un certain individu fait partie du groupe, on conçoit difficilement qu'il y ait lieu de se tromper dans la conséquence. Mais où il est plus facile qu'il y ait erreur, c'est dans l'établissement de la proposition générale, et aussi dans la constatation que l'individu désigné y est bien réellement compris.

Lorsque la proposition générale sur laquelle on s'appuie est une de celles qu'on admet parmi les axiomes de la science, elle offre toutes les garanties que l'on peut espérer puisqu'elle a la sanction de tous les hommes et de tous les temps ; il faut y croire ou renoncer à faire usage de son intelligence. C'est une de ces croyances inspirées à l'homme par l'Auteur de son existence, et par lesquelles non-seulement on n'a jamais reconnu avoir été induit en erreur, mais sur lesquelles les hommes les plus disposés au doute s'appuient sans difficulté.

Si la proposition admise n'est pas une de ces vérités premières, elle peut être une sorte d'axiome de second ordre, que l'on n'énonce que lorsque l'occasion de l'appliquer se présente, qui demande des connaissances déjà acquises pour être conçu, et pour lequel on n'est pas toujours aussi sévère que pour les axiomes fondamentaux. Elle peut aussi être une déduction des connaissances antérieures ; et quoi que nous ayons dit que les déductions offrent peu de

chance d'erreur, elles n'en sont pas entièrement exemptes; il n'est donc pas impossible que la proposition admise soit inexacte, et qu'alors elle conduise à de nouvelles erreurs. Mais rarement les erreurs ainsi commises dans les sciences se sont maintenues longtemps, parce que ce qui échappe à une intelligence est découvert par une autre, et la vérité une fois reconnue s'impose pour toujours à tout le monde.

Les plus dangereuses sont celles qui consistent dans une trop grande extension que l'on donne à des vérités reconnues dans un grand nombre de cas, auxquelles on ne connaît encore aucune exception, qui séduisent par la facilité qu'elles donnent aux démonstrations et aux recherches, et qui sont quelquefois assez spécieuses pour finir par être érigées *à priori* en principe, et servir même à l'établissement des cas particuliers qui en avaient donné l'idée. Il est d'autant plus facile d'y être trompé que le piége ne se cache pas. Une fausse déduction serait découverte immédiatement; un principe faux par trop de généralité a une sorte d'inviolabilité qu'il tire du grand nombre de cas où il est vrai, et de la confiance qu'on voit qu'il inspire à ceux qui l'enseignent.

Et qu'on ne prenne pas nos assertions pour de simples possibilités non réalisées, ou de vaines déclamations sur la faiblesse de l'esprit humain; nous pourrions citer bien des exemples d'erreurs commises par les hommes les plus éminents, et dans les sciences qui semblent devoir en être le plus à l'abri, dans les Mathématiques.

10. Comment éviter ces fautes, auxquelles les hommes les plus éminents n'ont pu échapper? Il n'y a aucune règle qui puisse être substituée au sentiment de l'évidence, qui domine tout, qui dominerait même l'application de ces règles. On ne peut que recommander la sévérité de l'examen,

et la disposition de l'esprit à ne pas confondre une simple croyance avec l'évidence qui donne la certitude. Et encore il ne faut pas oublier que lorsque l'on éprouve au plus haut degré ce sentiment de certitude, on est peut-être cependant dans l'erreur. L'homme ne doit se croire dans le vrai, sans possibilité de se tromper, que dans les sentiments mêmes qu'il éprouve, sans aucune considération de leurs causes et des rapports que ces causes peuvent avoir entre elles et avec lui. Il pense et sent réellement ce qu'il a la conscience de penser et de sentir : au delà tout est conjecture.

11. Mais pour accomplir sa destinée sur la terre, l'homme a besoin de croire fermement à des choses que nous appelons ici *conjecturales*, en nous plaçant à un point de vue tout à fait extrême. Et c'est pour cela qu'il a reçu de la nature une disposition instinctive invincible, à croire à certaines choses en dehors de ses impressions et de ses pensées. Ce sont ces choses que Descartes dit que tous les hommes doivent tenir pour réelles, parce que Dieu ne peut pas avoir voulu les induire tous en erreur.

Telle est, par exemple, l'existence de la matière. Les impressions que nous en recevons sont les seules raisons que nous ayons d'y croire, et cependant personne n'en doute, parce que l'Auteur de notre être a voulu que nous en fussions aussi assurés que de notre propre existence. Les hommes qui ont le plus le sentiment de leur faiblesse et de la possibilité de l'erreur dans les choses qui leur semblent le plus évidentes ont le sentiment de la réalité des choses sur lesquelles cependant ils craignent les appréciations de leur esprit. Ils croient pouvoir se tromper dans la recherche des lois des nombres et de l'espace, mais ils croient que les nombres et l'espace ont des lois; ils croient que l'Algèbre et la Géométrie ne sont point des rêves de leur imagination, et que tous les rapports qu'elles renferment, in-

dépendants de l'existence de l'homme, sont connus de l'intelligence qui embrasse tous les êtres.

Et enfin ce doute suprême, que les esprits exceptionnels sont seuls susceptibles d'éprouver au milieu des sentiments les plus profonds de certitude, n'est pas un obstacle à l'accomplissement des desseins de la nature; l'homme agit toujours comme si ce dont il est certain était vrai; il est rare qu'il songe alors à la possibilité de l'erreur, et quand il le fait, cette crainte salutaire ne l'inquiète ni ne le retient; c'est un simple rappel au juste sentiment de sa faiblesse.

De l'opération inverse de la déduction, ou de la réduction.

12. Nous avons parlé de l'opération de l'esprit qui consiste à déduire un rapport d'autres rapports donnés. Or on peut se proposer la question inverse, et chercher de quels rapports on pourrait déduire un rapport désigné, c'est-à-dire à quels rapports on pourrait ramener la connaissance du rapport désigné. Cette opération est, comme nous le verrons bientôt, d'une grande importance. Nous la désignerons sous le nom de *réduction*, tiré du mot latin qui signifie *ramener*, comme l'opération inverse ou la *déduction* tirait son nom du mot latin qui signifie *déduire*. Quoi qu'il en soit, nous convenons de désigner exclusivement sous le nom de *réduction*, l'opération par laquelle on *ramène* la connaissance d'une chose à celle d'autres choses dont elle sera la conséquence.

La solution de cette question est généralement indéterminée, parce qu'une même proposition peut être la conséquence de données très-diverses; l'art consiste à choisir les plus convenables à l'objet qu'on a en vue.

Des propositions réciproques.

13. Lorsque deux propositions sont telles, que chacune d'elles se déduit de l'autre comme conséquence nécessaire, nous disons qu'elles sont réciproques. Il n'arrive pas toujours qu'une proposition qui se déduit d'une autre, l'entraîne réciproquement ; et nous verrons plus tard combien il est important de constater cette réciprocité, lorsqu'elle a lieu : pour le moment nous nous bornons à la définir.

Des propositions incompatibles.

14. On appelle ainsi des propositions qui ne peuvent pas être vraies en même temps. Ainsi, par exemple, une proposition qui dirait qu'une chose est plus grande qu'une certaine autre, serait incompatible avec celle qui dirait qu'elle est plus petite, parce qu'elles ne peuvent être vraies ensemble. Mais elles pourraient être fausses toutes les deux, et c'est ce qui aurait lieu si les deux choses étaient égales.

Mais si les deux propositions sont précisément la négation l'une de l'autre, ce qu'on appelle contradictoires, si l'une est vraie, l'autre, qui la nie, sera fausse; et si l'une est fausse, l'autre, qui ne fait que la nier, sera vraie.

La proposition contradictoire d'une autre peut renfermer un plus ou moins grand nombre de cas différents ; et si l'on en omettait quelques-uns, on n'aurait plus qu'une proposition incompatible avec la première, mais non la contradictoire : on ne pourrait plus affirmer que si l'une des deux est fausse l'autre sera vraie. Ainsi, en reprenant l'exemple choisi précédemment d'une proposition qui dit

qu'une première chose est plus grande qu'une seconde, la contradictoire dirait que la première chose n'est pas plus grande que la seconde ; ce qui comporterait deux cas, celui où elle serait plus petite, et celui où elle serait égale. Si l'on réduisait la seconde proposition à dire que la première chose est plus petite que la seconde, on aurait, comme ci-dessus, deux propositions incompatibles, mais non contradictoires. Elles ne pourraient être vraies toutes deux, mais elles pourraient toutes les deux être fausses ; et par conséquent on ne pourrait conclure, comme dans le cas des propositions contradictoires, que si l'on reconnaît la fausseté de l'une, on aura prouvé la vérité de l'autre.

Que du faux on peut quelquefois déduire le vrai.

15. Nous avons dit que la considération simultanée de plusieurs rapports reconnus vrais, ou, en d'autres termes, de plusieurs propositions vraies, pouvait conduire à admettre comme évidente la vérité d'un nouveau rapport, et c'est ce que nous avons appelé *déduire* ou *raisonner*. Mais il n'est pas impossible d'arriver par une déduction exacte à une proposition vraie en partant de rapports faux, c'est-à-dire contraires à la nature des choses.

Cette remarque importante n'avait pas échappé à la sagacité d'Aristote. Dans le livre II de ses *Premiers analytiques*, il dit : *On peut tirer le vrai de propositions fausses, les propositions étant toutes deux fausses, ou l'une des deux seulement*. Et il le prouve par divers exemples. Nous croyons ne pouvoir nous dispenser d'en citer textuellement quelques-uns, quelque bizarre qu'en soit la forme.

En voici un d'abord où les deux prémisses sont fausses, et la conclusion vraie :

Tout homme est pierre,

Toute pierre est animal,
Donc tout homme est animal.

En voici un autre dans le même cas :

Toute pierre est animal,
Aucun cheval n'est animal,
Donc aucun cheval n'est pierre.

Enfin en voici un troisième où l'une seulement des deux prémisses est fausse, et la conclusion vraie :

Tout cheval est animal,
Aucun homme n'est animal,
Donc aucun homme n'est cheval.

Aristote conclut naturellement de là que la vérité absolue d'une proposition bien déduite, ne prouve pas la vérité des prémisses.

Aux exemples d'Aristote on en pourrait ajouter une foule d'autres tirés des Mathématiques. Nous en présenterons quelques-uns, lorsqu'à la suite de cette première Partie de notre Ouvrage nous nous occuperons spécialement des méthodes qui se rapportent aux sciences comprises sous cette dénomination générale. On reconnaîtra qu'en partant d'un principe faux on peut parvenir à un résultat exact; soit parce que ce principe est un mélange de vrai et de faux, et qu'on ne l'a employé que dans ce qu'il a de vrai; soit que les applications répétées qu'on en a faites dans la série des déductions, aient introduit des erreurs qui se soient compensées et détruites les unes par les autres.

Nous pouvons donc regarder comme établies les deux propositions suivantes :

1° Si en partant de certains rapports admis on parvient par des raisonnements justes à un rapport vrai, on ne peut en conclure que les premiers le soient.

Car il n'est pas impossible de déduire des rapports vrais de rapports faux.

2° Si en partant de certains rapports on parvient par des raisonnements justes à un rapport faux, les premiers ne sont pas tous vrais.

Car s'ils l'étaient, on n'aurait pu en déduire que des rapports vrais.

CHAPITRE II.

CE QUE C'EST QU'UNE SCIENCE DE RAISONNEMENT.

16. Quelles que soient les choses que l'on considère, l'ensemble des rapports nécessaires qui dérivent de leur nature, forme ce que nous appellerons la *science* de cette chose. Cette définition peut être ainsi formulée :

La science d'une chose est l'ensemble des lois de cette chose.

Ainsi, la science des nombres sera l'ensemble des lois des nombres; la science de l'étendue sera l'ensemble des lois de l'étendue; la science du mouvement, l'ensemble des lois du mouvement, etc.

Lorsque la nature d'une chose sera complétement déterminée, soit par sa définition, soit autrement, toutes ses lois le seront aussi. La science de cette chose sera donc un ensemble de conséquences nécessaires de données admises, c'est-à-dire de vérités qui pourront être obtenues par le seul raisonnement. C'est là ce que nous appellerons une *science de raisonnement.*

Pour que la science d'une chose soit élevée à ce degré, il faut donc que la nature de cette chose soit rigoureusement déterminée pour nous. Si elle est susceptible d'être ramenée complétement à d'autres connues, une définition la déterminera. Dans le cas contraire, il faudra qu'on admette comme évidentes certaines vérités, certaines propriétés, qui suffisent à l'exacte détermination de la chose, et déterminent par suite toutes ses lois.

Digitized by Google

17. Cela ne présentera aucune difficulté, par exemple pour la science des nombres, dont la notion s'acquiert si facilement, et offre si peu de complication.

Ce sera moins simple pour la science de l'étendue, ou la Géométrie, parce que l'idée que nous nous faisons de l'étendue ou de l'espace, soit indéfini, soit limité, nous offre, outre l'idée de nombres, celles de forme, de grandeur, de position; de sorte qu'il est nécessaire de tirer de l'observation, aidée de la réflexion, des notions générales qui déterminent complétement la nature des choses renfermées dans l'idée d'étendue. Le nombre de ces principes primitifs est très-limité; et dès qu'ils sont admis, toutes les lois de l'étendue peuvent en être déduites par le seul raisonnement.

La science du mouvement demande encore un plus grand nombre de principes primitifs que les précédentes. Elle a d'abord besoin de tous ceux qui se rapportent à celles-ci, parce que le mouvement suppose l'espace, et tout ce qui en dépend. Mais dans notre système du monde, dont les lois auraient pu être différentes de ce qu'elles sont, et où les corps ne sont plus seulement figurés, comme la Géométrie les suppose, mais matériels, il est indispensable de demander à l'observation et à l'expérience certains rapports entre les effets et les causes ou forces, qui, généralisés par des hypothèses très-vraisemblables, déterminent la nature de toutes les choses qui peuvent être considérées dans les phénomènes du mouvement. En admettant ces principes primitifs comme certains, toutes les lois du mouvement s'en déduiront comme conséquences nécessaires, et la science du mouvement sera une *science de raisonnement*. Mais il ne faudra pas oublier que les principes ayant quelque chose d'hypothétique, il en sera de même des conséquences; et que ce n'est que par la concordance des résultats du raisonnement avec ceux de l'expérience, que ces principes s'ap-

prochent de plus en plus de produire en nous le sentiment de certitude.

Si maintenant nous passons à la considération des phénomènes où les causes sont moins susceptibles d'être appréciées et mesurées que dans ceux du mouvement, il peut cependant arriver que des observations et des expériences beaucoup plus répétées et variées, conduisent à reconnaître des faits tellement généraux, qu'on puisse, avec une grande probabilité, les regarder comme se vérifiant dans des cas, et pour des substances, qui n'ont pas été soumis à ces épreuves. Admettant alors ces faits comme des principes, on aura une branche de *Physique,* composée de tous les phénomènes résultant des combinaisons diverses des corps, et des circonstances de tout genre où l'on n'aura à appliquer que ces principes, ou d'autres encore, entièrement déterminés et connus. Cette branche rentrera donc dans la catégorie des sciences de raisonnement.

Ainsi, par exemple, dans l'étude des phénomènes lumineux, si l'on admet qu'un rayon marche en ligne droite tant qu'il ne rencontre aucun corps, soit opaque, soit transparent; que dans le premier cas il se réfléchit dans le plan normal, en faisant un angle égal à celui d'incidence, et que dans le second cas il se réfracte suivant une autre loi constante, alors la théorie de la lumière pourra être traitée comme une science de raisonnement dans toutes les questions dépendantes de la propagation, de la réflexion et de la réfraction de rayons soumis à ces principes admis comme exacts. Ces questions auront des solutions entièrement déterminées, que l'on cherchera par les mêmes méthodes que dans toutes les autres sciences de raisonnement.

Enfin, si au lieu de se borner aux rapports généraux entre les forces et les corps bruts, ou à des branches particulières de la Physique, réductibles comme la théorie de la lumière à un petit nombre de faits généraux, on voulait

étudier les phénomènes relatifs aux corps vivants, il serait bien autrement difficile d'obtenir des données premières qui détermineraient complétement leur nature, et entraineraient toutes les lois de ces êtres, comme des conséquences nécessaires. C'est ce que l'on n'a pas encore tenté, et ce qui est, sans doute, au-dessus des forces de l'humanité.

Ce n'est pas que le raisonnement ne s'applique souvent à l'étude de ces phénomènes si compliqués, et que les sciences plus simples dont nous avons parlé d'abord, ne puissent leur prêter un secours utile ; mais les lois de ces phénomènes ne pouvant être déduites par le seul raisonnement de principes admis d'avance, même hypothétiquement, leur ensemble ne constitue pas ce que nous avons nommé une science de raisonnement.

Quant à l'établissement des premiers principes, ou des axiomes propres à chaque science, nous nous bornerons ici à ce que nous venons d'en dire sommairement. Nous donnerons à cet égard plus de détails et de développements, lorsque nous traiterons particulièrement chacune d'elles.

Digitized by Google

CHAPITRE III.

DES DIVERS GENRES DE QUESTIONS QUI SE PRÉSENTENT DANS UNE SCIENCE DE RAISONNEMENT.

Déduction sans but déterminé.

18. Certaines vérités étant admises, on peut se proposer d'en déduire de nouvelles, sans autre but que d'acquérir des connaissances que l'on n'a pas, et dont on ne prévoit même nullement la nature. C'est ainsi que beaucoup de découvertes se sont faites, et se font encore tous les jours : seulement on ne mentionne et on ne conserve que celles qui ont quelque importance.

Démonstration de propositions énoncées.

19. Si l'on veut communiquer aux autres une vérité qu'on a découverte ou reconnue d'une manière quelconque, par exemple en déduisant au hasard, comme nous venons de le dire, on ne leur fait pas suivre tous les détours par lesquels a pu passer l'inventeur, en marchant à l'aventure ; mais on fixe l'attention sur le but, en commençant par énoncer la proposition qui est l'expression de cette vérité : puis on montre comment elle peut être déduite comme conséquence nécessaire de propositions admises. C'est là ce qu'on appelle *démontrer* la proposition énoncée ; et l'on donne le nom général de *théorème* à toute proposition qui a besoin d'une *démonstration* pour devenir évidente.

Détermination d'une chose d'après des rapports qu'elle doit avoir avec des choses données.

20. La chose en question, si elle n'est pas de celles qui ne se ramènent à aucune autre, est définie, comme nous l'avons dit généralement, au moyen de certains rapports avec d'autres choses; et par conséquent ce sont ces dernières qu'il faut connaître, puisque la première en résultera, au moyen des rapports qui la définissent. Si elle est de celles qui ne se définissent pas, il est clair que c'est elle-même qu'il faut déterminer.

Les questions de ce genre se désignent sous le nom général de *problèmes;* et l'objet qu'on s'y propose peut être énoncé comme il suit :

Étant données certaines choses avec lesquelles une chose demandée doit avoir des rapports désignés, déterminer d'autres choses avec lesquelles celle que l'on demande aura les rapports qui constituent sa définition.

Pour éclaircir par un exemple cet énoncé que sa grande généralité rend peut-être un peu difficile à saisir immédiatement, considérons la ligne plane qu'on appelle cercle, et qui est définie par la condition que la distance de chacun de ses points à un même point fixe, soit constante. Ce dernier point et sa distance aux autres, ou en d'autres termes le centre et le rayon, sont ici les choses avec lesquelles le cercle a les rapports qui le déterminent. Si donc l'objet d'un problème est de déterminer sur un plan donné, un cercle d'après certaines conditions, il s'agira de déduire des données le centre et le rayon de ce cercle, qui sont les choses avec lesquelles il doit avoir les rapports qui constituent sa définition, et par lesquelles par conséquent il sera déterminé.

Démonstration de la fausseté d'une proposition.

21. Quoiqu'il semble moins utile de démontrer que des rapports énoncés sont contraires à la nature des choses, qu'il ne l'est de faire connaître des vérités nouvelles, cependant, ces questions pouvant se présenter, il sera bon d'indiquer la marche à suivre pour les résoudre. Mais ce qui en augmente l'importance, c'est qu'elles sont la base de l'une des méthodes que l'on peut suivre pour la démonstration de la vérité.

Reconnaître si une proposition est vraie ou fausse.

22. Lorsque certaines analogies, ou des raisons quelconques non suffisantes pour démontrer, font soupçonner la vérité d'une proposition, il se présente cette nouvelle espèce de question : *Reconnaître si une proposition énoncée est vraie ou fausse.*

Telles sont généralement les différentes formes sous lesquelles se présentent les recherches que les hommes ont à faire dans l'étude et la formation d'une science de raisonnement. Il n'existe aucune règle qui puisse dans tous les cas en assurer le succès ; mais on peut aider ces recherches en leur donnant une direction qui ne les laisse pas s'égarer au hasard. On ne peut pas tracer à l'esprit de l'homme une marche sûre, telle qu'en la suivant il parvienne à démontrer tous les théorèmes, et à résoudre tous les problèmes ; mais on peut lui indiquer celles qui sont les meilleures à suivre, pour essayer de parvenir au but qu'il se propose. Ces marches générales, ou, en d'autres termes, ces méthodes, devront certainement avoir quelque chose de vague et d'in-

déterminé, puisqu'elles doivent s'appliquer aux questions les plus différentes; mais elles auront cependant quelque chose de précis, et offriront une aide réelle à la faiblesse de l'esprit humain.

Le développement de ces méthodes est ce qui va maintenant nous occuper.

Digitized by Google

CHAPITRE IV.

RECHERCHE DE VÉRITÉS NOUVELLES NON DÉSIGNÉES.

23. Lorsque l'on connaît un certain nombre de propositions, on peut, en les combinant, en déduire de nouvelles dont on n'avait aucune idée, et qu'on conservera si elles paraissent avoir quelque importance. Beaucoup de découvertes utiles se sont faites et se feront encore de cette manière; c'est un moyen d'accroissement pour la science, qu'il ne faut pas négliger, et bien qu'il ne soit pas susceptible d'être dirigé par une méthode régulière, tout n'est pas dû au hasard dans les résultats auxquels il conduit.

Cette méthode de déduction sans but déterminé peut cependant quelquefois être réglée jusqu'à un certain point par des conditions qu'on s'impose sans savoir à quoi elles conduiront. Si, par exemple, on a des relations entre plusieurs choses, on peut se proposer d'en déduire d'autres relations, où quelques-unes de ces choses n'entrent plus. Celles qui restent se trouvent ainsi plus rapprochées les unes des autres, puisqu'on a diminué le nombre de celles avec lesquelles elles se trouvaient mêlées. Mais ces conditions qu'on s'est imposées n'ont pas fixé la forme des relations qu'on veut obtenir; et, quelque influence qu'elles puissent avoir sur la direction à donner aux déductions, la question est différente de celle que nous examinerons bientôt, et qui a pour objet de déduire une proposition déterminée de l'ensemble de celles qui sont antérieurement connues.

Nous donnerons des exemples de ces recherches indéterminées dans les sciences particulières que nous exami-

nerons; mais en restant dans des termes généraux, de plus amples développements seraient superflus.

Nous allons maintenant exposer les méthodes qui s'appliquent à la solution des questions que nous avons désignées sous les noms généraux de *théorèmes* et de *problèmes*. Ces méthodes sont celles que les anciens géomètres ont nommées *Analyse* et *Synthèse*. Nous croyons les avoir présentées avec plus de précision et de rigueur qu'on ne l'avait fait jusqu'ici; mais nous ne nous dissimulons pas que la grande généralité de ces considérations les rend difficiles à suivre, et nous engageons le lecteur à ne pas se laisser rebuter par ces discussions abstraites, et à ne pas prendre pour des subtilités des distinctions tout à fait nécessaires pour la rigueur. Nous supposons d'ailleurs que ceux qui cherchent à saisir l'esprit des méthodes les ont déjà appliquées bien souvent, et qu'ils ne feront quelquefois ici que reconnaître la manière dont ils ont procédé dans le passé. Mais ce retour en arrière, qui sur les études même les mieux faites est généralement utile, en ce qu'il en fait mieux comprendre la liaison, est tout à fait indispensable quand il s'agit de ce qu'il y a de plus subtil dans l'esprit humain, quand il s'agit non pas de ses opérations elles-mêmes, mais de la manière dont il doit les diriger pour arriver à ses fins.

Nous croyons donc que nos discussions seront utiles à ceux qui ont déjà travaillé les sciences de raisonnement, et qu'elles seront peut-être trop abstraites pour ceux qui ne s'y seraient pas ainsi préparés. Ce seront peut-être cependant ces derniers qui se croiront le plus en droit de les juger : je les prierai seulement de les examiner en elles-mêmes et sans comparaison avec les doctrines auxquelles ils sont habitués, et de penser que la moindre proposition qu'ils pourraient négliger comme sans importance a été l'objet de longues et sérieuses méditations.

CHAPITRE V.

DE L'ANALYSE.

24. Cette méthode, qui s'applique à la démonstration de propositions énoncées, et à la résolution de questions proposées, ne semble pas très-connue de la plupart des logiciens. Elle est due aux anciens philosophes géomètres, mais elle s'applique à toutes les recherches qui sont du ressort du raisonnement pur.

On en trouve les premières traces dans les *Éléments* d'Euclide : il ne paraît pas toutefois que ce soit à ce grand géomètre qu'on doive en attribuer l'invention; et Pappus d'Alexandrie la fait remonter à Platon, dont les ouvrages n'en font cependant aucune mention, non plus que d'une autre invention géométrique très-importante qui lui est encore attribuée. Cette absence de mention ne doit pas suffire pour infirmer la croyance des savants d'Alexandrie, qui n'étaient pas assez éloignés des temps de Platon et d'Euclide pour que la tradition à cet égard se fût altérée au point de refuser le mérite de l'invention à Euclide, s'il avait réellement été le premier qui l'eût fait connaître. Il est vraisemblable que Platon, à la fois philosophe et géomètre, mais surtout philosophe, qui cependant regardait la Géométrie comme le préliminaire obligé de la philosophie, puisqu'il avait écrit sur le seuil de son école : *Que nul n'entre ici s'il n'est géomètre;* il est probable, dis-je, que Platon, dans son enseignement oral, aura fait connaître beaucoup de choses importantes en Géométrie, et n'aura pas trouvé place pour elles dans les ouvrages si considé-

rables qu'il a écrits sur la Philosophie. Un passage d'une de ses lettres prouve même que cette omission est volontaire. Ce qui augmente encore la probabilité que cette tradition n'est pas erronée, c'est que les diverses inventions qu'elle lui attribue ont un caractère de grandeur et de généralité conforme à ce que l'on pouvait attendre d'un esprit si profond et si élevé.

Pappus, après avoir brièvement exposé la méthode analytique, telle qu'elle se trouve dans Euclide, donne en passant l'étymologie probable du mot *analyse*, conformément à l'esprit de cette méthode. Les logiciens modernes en donnent une autre, et entendent la méthode tout autrement que les anciens. La différence de signification attribuée au même mot n'a rien qui puisse surprendre, parce que l'on sait que les mêmes prépositions peuvent avoir dans la composition des mots grecs des sens très-différents. Ce qui serait fâcheux serait qu'on pensât que les deux méthodes sont identiques; mais si on admet qu'elles n'ont rien de commun, pourquoi les désigner par le même nom, lorsque surtout l'une a précédé l'autre de tant de siècles? Nous discuterons ces divers points de vue avec beaucoup de détail, mais nous devons commencer par exposer la méthode telle que nous la concevons.

Méthode analytique pour la démonstration des théorèmes.

25. Lorsque l'on aura à trouver la démonstration d'une proposition énoncée, on cherchera d'abord si elle peut se déduire comme conséquence nécessaire de propositions admises, auquel cas elle devra être admise elle-même, et sera par conséquent démontrée. Si l'on n'aperçoit pas de quelles propositions connues elle pourrait être déduite, on cherchera de quelle proposition non admise elle pourrait l'être, et alors la question sera ramenée à démontrer la

vérité de cette dernière. Si celle-ci peut se déduire de propositions admises, elle sera reconnue vraie, et par suite la proposée : sinon, on cherchera de quelle proposition non encore admise elle pourrait être déduite, et la question sera ramenée à démontrer la vérité de cette dernière. On continuera ainsi jusqu'à ce que l'on parvienne à une proposition reconnue vraie; et alors la vérité de la proposée sera démontrée.

On voit donc que cette méthode, que l'on appelle *analyse*, consiste à établir une chaîne de propositions commençant à celle qu'on veut démontrer, finissant à une proposition connue, et telles qu'en partant de la première, chacune soit une conséquence nécessaire de celle qui la suit; d'où il résulte que la première est une conséquence de la dernière, et par conséquent vraie comme elle.

L'analyse n'est donc autre chose qu'une méthode de *réduction*.

Mais parmi les diverses propositions dont la première pourrait être déduite, laquelle faudra-t-il choisir? Même question pour chacune de celles qui composent cette chaîne. On ne peut rien dire de précis à cet égard : la suite des propositions peut être prolongée indéfiniment sans qu'on parvienne à une proposition connue, comme il est possible aussi qu'on y parvienne promptement : cela dépend de la sagacité et de l'étendue des connaissances de celui qui cherche la démonstration. Et s'il a réussi à la découvrir, il pourra la communiquer aux autres en leur indiquant la série de propositions qui l'y ont fait parvenir.

Cas où la dépendance des propositions successives peut être renversée.

26. Si deux des propositions successives dont nous venons de parler étaient réciproques, on pourrait considérer

la seconde comme déduite de la première, au lieu de la considérer comme ayant la première pour conséquence. Et si cette réciprocité a lieu depuis la première jusqu'à la dernière, on peut dire que la méthode analytique consiste à établir une suite de propositions dont la première soit celle qui est à démontrer, et telles que la seconde se déduise de la première, la troisième de la seconde, et ainsi de suite jusqu'à ce que l'on parvienne à une proposition reconnue vraie.

Et l'on voit même que la réciprocité n'est nécessaire que pour les propositions consécutives où la déduction a été renversée; elle ne l'est nullement pour celles où l'ordre de déduction est celui que nous avons prescrit en exposant la méthode analytique. Sous ces conditions, le second procédé n'est autre que le premier.

27. *Remarque.* — Il est souvent plus commode de déduire une conséquence d'une proposition que d'en trouver une autre dont celle-ci serait la conséquence. Dans ce cas, on pourra employer la seconde manière de procéder pour toutes les propositions successives, ou pour quelques-unes seulement, en ayant soin de s'assurer de la réciprocité, car si elle n'avait pas lieu, ne fût-ce que pour deux consécutives seulement, la seconde de ces deux pourrait être vraie sans que la première le fût, puisque le vrai peut quelquefois se déduire du faux. Il ne suffirait donc pas que la suite des propositions se terminât par une qui fût reconnue vraie, pour que toutes les précédentes, jusqu'à la première, le fussent elles-mêmes; il n'y aurait donc pas démonstration.

Méthode analytique pour la solution des problèmes.

28. Nous avons dit que dans un ordre quelconque de choses, l'objet d'un problème est de déterminer une ou

plusieurs choses, d'espèces données, ayant des rapports désignés avec des choses données, ou, en d'autres termes, satisfaisant à des conditions données. Or on aura évidemment des choses de l'espèce désignée qui y satisferont, si on en trouve de cette même espèce assujetties à de nouveaux rapports qui entraînent les premiers comme conséquences nécessaires. Si ce nouveau problème est plus facile à résoudre que le premier, la question sera avancée.

Et l'on pourra même ne pas s'assujettir à prendre pour objet de la recherche des choses de l'espèce demandée; il suffira que la connaissance des nouvelles choses entraîne immédiatement celle des proposées. Il sera alors indifférent de déterminer les unes ou les autres, et l'on sera moins gêné pour la transformation de la question. On aura ainsi ramené le problème à un autre où de nouveaux rapports seront imposés à de nouvelles choses.

Si ce second problème ne peut être immédiatement résolu, on cherchera de la même manière à le ramener à un troisième, dont toutes les solutions en fourniront du second comme celles du second en fournissaient du premier.

Si on ne peut résoudre immédiatement ce troisième, on cherchera semblablement à le ramener à un quatrième, et ainsi de suite jusqu'à ce que l'on parvienne à un problème que l'on sache résoudre. Alors chacune de ses solutions en fera connaître du précédent; chacune de celles-ci en fera connaître du problème qui précède, et en remontant ainsi jusqu'au premier on voit que chaque solution du dernier problème en fournit une du proposé.

Cette méthode s'appelle encore *analyse*, parce qu'elle ramène le problème proposé à une suite d'autres, jusqu'à ce que l'on en trouve un qu'on sache résoudre; comme, dans le cas des théorèmes, la méthode que nous avons appelée *analyse* ramène la démonstration du proposé à une suite d'autres, jusqu'à ce que l'on parvienne à un théorème connu.

Cette identité de marche pour ces deux genres de questions constitue une seule méthode qui ne pouvait être désignée que par une seule dénomination.

29. Les problèmes que l'on substitue successivement les uns aux autres ne sont pas déterminés d'une manière absolue; le choix peut en être fait avec plus ou moins de discernement, et quelquefois, au lieu de se rapprocher de la solution du problème, on pourra s'en trouver plus éloigné. Aussi nos méthodes ne sont présentées que comme des moyens de chercher, et non de trouver sûrement. Elles indiquent comment on doit diriger ses tentatives, mais sans dire en quoi elles doivent précisément consister, ni si elles auront quelque succès. Il ne faut pas s'en exagérer la puissance; mais on serait bien loin de la vérité si on les regardait comme inutiles.

Que les rapports substitués doivent être réciproques pour que la solution soit parfaite.

30. Les rapports substitués, comme nous l'avons dit, à ceux qui étaient imposés aux choses demandées, peuvent ne leur être pas réciproques, c'est-à-dire que des choses de l'espèce désignée qui satisferaient aux conditions imposées, pourraient ne pas satisfaire aux nouvelles, qui ont seulement été choisies telles, que les choses qui y satisfont, satisfont aussi aux proposées. Dans ce cas, toute solution du problème substitué au proposé, serait bien la solution de celui-ci; mais quelques solutions de celui-ci pourraient ne pas être des solutions du nouveau problème: et par conséquent, en résolvant complétement ce dernier, on pourrait n'avoir pas résolu complétement le proposé. En effet, puisque les rapports imposés par la question aux choses de-

mandées, et qui constituent les conditions du problème proposé, peuvent être satisfaits sans que ceux du second le soient, il pourrait donc y avoir des solutions du premier qui ne le seraient pas du second, et *ces solutions seraient perdues si l'on se bornait à déterminer celles du second.* Mais si, au contraire, les conditions du second problème et celles du premier sont réciproques, tout ce qui satisfera à celles du premier satisfera à celles du second, et par conséquent toutes les solutions du premier problème seront des solutions du second. Si donc on trouve toutes ces dernières, on ne perdra aucune de celles que l'on demande, et de plus, comme nous l'avons établi d'abord, on n'en aura aucune qui ne satisfasse à la question proposée ; d'où il résulte que les solutions du premier et du second problème sont exactement les mêmes. On raisonnerait de même pour les autres problèmes intermédiaires, et par conséquent on peut énoncer cette proposition générale :

Si dans les problèmes que l'on substitue les uns aux autres, en partant du proposé, les conditions de deux consécutifs quelconques sont réciproques, les solutions du premier sont identiques avec celles du dernier, et de l'un quelconque des autres.

31. Dans ces raisonnements nous avons supposé, pour plus de simplicité, que les choses demandées étaient toujours l'objet de la recherche dans chacun des problèmes successifs. Mais, comme nous l'avons dit précédemment, les choses peuvent changer de l'un à l'autre aussi bien que les rapports qui leur sont imposés. Rien ne sera changé au fond dans tous nos raisonnements ; seulement, la réciprocité de conditions entre deux problèmes ne consistera pas seulement dans la réciprocité des rapports imposés, mais dans celle de ces rapports considérés conjointement avec les choses elles-mêmes ; ainsi nous dirons que les conditions

de deux problèmes sont réciproques, lorsque, connaissant des choses satisfaisant aux rapports imposés par l'un quelconque de ces problèmes, les choses correspondantes de l'autre satisfont aux conditions qui leur sont imposées dans cet autre. La conclusion générale à laquelle nous étions parvenus subsiste encore complétement.

Remarque importante.

32. Lorsqu'un ensemble de conditions est réciproque d'un autre, comme nous venons de le supposer pour les problèmes substitués les uns aux autres, il y a identité dans les solutions fournies par les problèmes différents auxquels ils correspondent l'un et l'autre. Mais il ne serait pas exact de dire que les diverses conditions de l'un et de l'autre sont les mêmes; et, par conséquent, il ne le serait pas non plus de dire que la réunion de ces conditions est identique à la réunion des autres, qui en sont individuellement différentes. Cependant, deux systèmes de conditions qui conduisent aux mêmes solutions, et qui peuvent être indifféremment substitués l'un à l'autre, au point de vue seulement des choses demandées, méritent d'être désignés d'une manière spéciale l'un par rapport à l'autre. Nous les appellerons *systèmes équivalents*. Il n'y a d'identiques que les choses mêmes qui constituent les solutions.

Cas où les rapports substitués seraient simplement des conséquences des proposés.

33. Nous avons commencé par ramener le problème proposé à un autre dont les conditions entraînaient celles du premier, et nous avons montré ensuite que toutes les solu-

tions du nouveau étaient certainement des solutions du premier, mais qu'elles pouvaient ne pas les renfermer toutes. Voyons maintenant ce qui arriverait si la dépendance entre les conditions des deux problèmes était inverse, en admettant toujours que la réciprocité n'ait pas lieu. Supposons donc un nouveau problème dont les conditions soient simplement des conséquences de celles du premier; il suivra de là que toute solution du premier sera solution du second, puisque tout ce qui satisfait aux conditions du premier satisfera nécessairement à celles du second. Mais toutes les solutions du second ne le sont pas nécessairement du premier, puisque, d'après l'hypothèse, il serait possible qu'on satisfît aux conditions du second sans satisfaire à celles du premier. Le second problème a donc toutes les solutions du premier, mais il peut en avoir d'étrangères. On peut donc énoncer cette proposition générale :

Si, dans les problèmes substitués les uns aux autres en partant du proposé, les conditions de l'un quelconque sont des conséquences du précédent, les solutions de l'un quelconque d'entre eux renferment toutes celles du proposé, et peuvent en outre en renfermer d'étrangères.

34. Nous pouvons résumer ainsi qu'il suit les diverses circonstances que présente la résolution des problèmes par la méthode analytique; en concevant toujours que si les choses cherchées dans les problèmes successifs changent, on considère les choses proposées qu'elles déterminent.

Résumé.

« 1° Si, dans les problèmes auxquels on ramène successivement le proposé, les conditions relatives à deux consécutifs quelconques sont réciproques, les solutions du pro-

posé et de l'un quelconque des autres sont complétement identiques.

» 2° Si les conditions relatives à l'un quelconque de ces problèmes sont simplement des conséquences de celles du suivant, toutes les solutions de l'un quelconque sont des solutions du proposé, mais peuvent ne pas les renfermer toutes.

» 3° Si les conditions relatives à l'un quelconque de ces problèmes sont simplement des conséquences de celles du précédent, les solutions de l'un quelconque renferment toutes celles du proposé et peuvent en renfermer d'étrangères. »

Si ces diverses circonstances avaient lieu successivement dans la série des problèmes qu'on ramène les uns aux autres, il n'y aurait aucune difficulté à appliquer successivement les conséquences relatives à chaque cas; il serait superflu d'en dire davantage à ce sujet.

Remarques.

35. Nous avons dit que lorsqu'on avait à résoudre un problème, on pouvait chercher à le ramener à un autre où l'on prenait pour conditions des conséquences de celles du premier, ou faire l'inverse, et prendre des conditions entraînant celles qui sont exigées. Dans le premier cas, il peut y avoir des solutions étrangères; dans le second cas, il peut y en avoir de perdues.

Mais, tout en choisissant les conditions du nouveau problème à celui de ces deux points de vue qui sera le plus commode, il peut bien arriver que la réciprocité ait lieu, et il faudra toujours s'assurer si cela est; car alors les solutions des deux problèmes sont identiques, et aucune discussion n'est nécessaire pour mettre de côté celles qui sont

étrangères, ou découvrir celles qui manquent. Malheureusement, il en est souvent autrement; et quand on ne peut se dispenser de subir l'un ou l'autre inconvénient, il faut au moins ne pas l'ignorer.

Décomposition de la question.

36. Lorsqu'il arrivera que la question, de quelque genre qu'elle soit, puisse être décomposée en plusieurs autres, susceptibles d'être traitées indépendamment les unes des autres, il est évident que la première réduction à faire sera de substituer ces questions partielles à la proposée : on aura ainsi ramené cette dernière à d'autres plus simples. Et même, si ces questions partielles ne sont pas indépendantes, et ne peuvent être traitées isolément, il y aura encore avantage à faire la décomposition, parce qu'il sera généralement plus facile de ramener ces questions déjà plus simples à d'autres plus simples encore, que de faire la réduction sur la proposée, qui est plus compliquée puisqu'elle les renferme toutes.

La décomposition de la question en plusieurs autres, est donc la première réduction à faire quand elle est possible, et cela est si naturel, qu'il est presque superflu d'en avertir.

Observation.

37. Nous avons donné le nom de *problème* à toute question où l'on indique le résultat qu'on veut obtenir, et où l'on demande les moyens d'y parvenir. Dans cette définition générale sont renfermées les questions où l'on propose de déterminer des choses de nature désignée, ayant des rapports indiqués avec des choses données; et l'on peut même dire que ces dernières renferment toutes les autres,

parce que, de quelque manière qu'on exprime le résultat demandé, il pourra toujours se ramener à la détermination de choses d'une nature déterminée. Si cependant on tenait à rester dans ces termes moins précis, et en apparence plus généraux, il n'y aurait que les expressions à changer dans tout ce qui précède. Au lieu de dire qu'on substitue à la recherche de la chose demandée celle d'une autre chose d'où on déduira celle-ci, on dirait qu'au lieu du résultat demandé on cherche à en obtenir un dont celui-ci se déduira, et ainsi de suite. La méthode consistera toujours à partir soit du résultat, soit de la chose qu'on demande, en un mot de la fin qu'on se propose, et de lui en substituer une plus facile, et qui entraînera celle-ci par des moyens connus.

Digitized by Google

CHAPITRE VI.

DE LA SYNTHÈSE.

38. La synthèse ne diffère de l'analyse que par le renversement de l'ordre des théorèmes ou problèmes, terminés d'une part au proposé et de l'autre à quelque chose de connu. Considérons successivement ces deux genres de questions.

Démonstration des théorèmes par la méthode synthétique.

39. Cette méthode consiste à partir de propositions reconnues vraies, à en déduire d'autres comme conséquences nécessaires, de celles-ci de nouvelles, et ainsi de suite jusqu'à ce que l'on parvienne à la proposée, qui se trouve alors reconnue elle-même comme vraie. Elle n'est donc autre chose qu'une méthode de *déduction*. D'où l'on voit que si l'on connaissait la démonstration analytique d'un théorème, on en obtiendrait immédiatement la démonstration synthétique en renversant l'ordre des propositions.

Observations sur cette méthode.

40. Si l'on cherche une démonstration d'un théorème énoncé, et que pour cela on se propose d'en faire, suivant la méthode synthétique, la dernière conséquence d'une suite de théorèmes déduits les uns des autres en partant de propositions admises, la difficulté sera de choisir celles qu'il convient de prendre pour point de départ et pour con-

séquences. Et si rien ne les désigne et qu'on les prenne au hasard, on pourra faire un nombre indéfini d'essais infructueux, et un pareil procédé ne mériterait pas le nom de méthode.

Mais s'il s'agit seulement de communiquer aux autres une démonstration que l'on connaît, on saura de quelle proposition admise il faut partir, et quelles sont celles qu'on en doit déduire successivement jusqu'à celle qui est à démontrer. Le seul inconvénient, dans ce cas, consiste en ce que celui qu'on instruit est conduit en quelque sorte à l'aveugle, et sans se rendre compte si les pas qu'on lui fait faire le rapprochent ou l'éloignent de son but.

41. Comparons, dans ces deux cas, la synthèse à l'analyse.

1° Supposons d'abord le cas où l'on veut trouver la démonstration d'une proposition énoncée. La marche analytique consiste à la ramener à une autre dont elle soit la conséquence; il y a bien là quelque incertitude, mais le point de départ est connu. Après ce premier pas on en fait un second semblable, en partant de la proposition déterminée que l'on vient d'obtenir; et on continue ainsi jusqu'à ce qu'on soit ramené à une proposition connue. On pourra sans doute n'y jamais parvenir; mais à chaque réduction que l'on tente, on sait de quelle proposition l'on doit partir pour en chercher une dont elle se déduirait.

Par la méthode synthétique, au contraire, on ne sait par où l'on doit commencer, ni quelles conséquences tirer, à moins que l'on n'ait aperçu une certaine liaison entre des propositions admises et celle qu'on veut démontrer, auquel cas on aurait plus ou moins complétement suivi la marche analytique.

2° S'il s'agissait seulement de communiquer aux autres une démonstration que l'on connaît, l'analyse leur offre

toujours l'avantage d'un point de départ assuré qui est le théorème proposé; et l'on saisit à peu près aussi facilement la réduction de chacun de ceux qu'on considère à celui dont il serait la conséquence, que les déductions successives que présente la synthèse. Il reste donc à cette dernière le grave inconvénient de ne pas donner la raison qui a fait choisir le point de départ, ainsi que chacune des conséquences successives; la mémoire y joue un grand rôle : on apprend plus difficilement, et on retient moins bien. Ce n'est pas à dire pour cela qu'on doive toujours préférer la marche analytique. Il est souvent plus simple de déduire que de ramener une proposition à une autre dont elle se déduise. On pourra donc quelquefois, soit au commencement, soit dans le courant d'une démonstration, poser des propositions vraies dont rien ne montre la liaison avec celles auxquelles on a été ramené, puis en déduire des conséquences qui conduisent au but plus promptement, quoique par une route moins éclairée. L'art consiste à employer le mieux possible les deux méthodes, sans s'attacher exclusivement à l'une ou à l'autre; et il ne faut pas perdre de vue que, n'ayant d'autre objet que d'aider l'esprit humain, elles doivent se plier un peu à ses faiblesses, et le rebuter le moins possible.

Résolution des problèmes par la méthode synthétique.

42. Par la méthode analytique on ramène le problème proposé à un second, celui-ci à un troisième, et ainsi de suite jusqu'à ce que l'on parvienne à un problème qu'on sache résoudre. La méthode synthétique, au contraire, consiste, à partir de ce dernier, à déduire de sa solution celle de l'avant-dernier, de celle-ci celle du précédent, et ainsi de suite jusqu'à ce qu'on arrive au proposé dont on obtient ainsi la solution.

Observations sur cette méthode.

43. Si l'on a pour but de communiquer aux autres la solution qu'on connaît d'un problème, on peut suivre cette marche, parce que l'on sait de quel problème connu il convient de partir pour déduire de sa solution celle de tous les intermédiaires successifs jusqu'au proposé. Il y aura seulement cet inconvénient pour celui qui apprend, que, n'apercevant aucune liaison entre le point de départ et le but, il marche à l'aveugle jusqu'à ce qu'il l'ait atteint.

La solution analytique, au contraire, est plus facile à suivre, parce que l'on voit la liaison qui existe entre la chose cherchée et celles auxquelles on la ramène successivement.

Mais si, au lieu d'avoir à communiquer une solution connue, on se propose de découvrir la solution d'un problème, la méthode synthétique serait tout à fait dérisoire, puisque l'on ne saurait de quel problème connu il faudrait partir pour en déduire la solution du proposé. On pourrait faire une multitude d'essais infructueux, et le hasard seul conduirait au but, à moins cependant qu'on n'aperçût une certaine dépendance éloignée entre le problème d'où l'on part et le proposé; et alors ce serait simplement une analyse imparfaite.

La marche synthétique n'est donc pas une marche propre à la découverte de la solution d'un problème proposé. Elle ne pourrait faire découvrir que les solutions de problèmes non désignés d'avance. Elle servirait bien de cette manière à faire connaître des solutions de questions qu'on ne se proposait pas; mais quand le problème est précisé, il n'y a que la méthode analytique qui puisse être sérieusement employée, quoiqu'elle n'offre cependant aucune certitude de succès.

CHAPITRE VII.

REMARQUES DIVERSES SUR CES MÉTHODES.

Emploi alternatif de l'analyse et de la synthèse.

44. Il arrive souvent, comme nous l'avons déjà dit, que, dans la solution d'un problème, on emploie successivement les deux méthodes. Pour avoir plus de probabilité qu'en partant des conditions connues de ce problème on le ramènera à un autre dont la solution soit connue, il peut être bon de déduire de propositions connues les solutions de questions offrant plus ou moins d'analogie avec la proposée, et donnant quelque chance qu'on puisse les rencontrer en partant de celle-ci, auquel cas elle serait résolue. Et cette double marche, qui peut être bonne pour l'invention, peut, à plus forte raison, être employée avantageusement pour l'exposition de la solution découverte.

Ce que nous venons de dire s'applique évidemment à la démonstration de théorèmes énoncés.

Cas où la déduction serait la marche d'invention.

45. Si, dans un système de choses, on demande de passer d'un état connu à un état inconnu, à intervalle désigné du premier, la marche du système étant assujettie à des lois données, tous les états par lesquels passe le système sont des conséquences les unes des autres d'après ces lois

connues; la méthode de déduction est donc celle qui se présente naturellement pour passer de l'état primitif à celui qu'on demande. Mais l'application de ces lois peut être quelquefois difficile, et certaines parties de la solution pourront être traitées avec avantage par la méthode analytique. C'est surtout dans les questions relatives aux phénomènes naturels que ces circonstances peuvent se rencontrer, et nous en offrirons des exemples dans la seconde Partie de cet Ouvrage.

Application de l'analyse et de la synthèse à des questions tirées de la vie ordinaire.

46. Ce n'est pas seulement dans les sciences de raisonnement que se trouve l'application de ces méthodes; on la rencontre à chaque instant dans les questions les plus ordinaires de la vie. Quelque chose que l'on se propose, on se demande nécessairement quelle est celle qu'il faut faire auparavant et qui conduira à la proposée. Si cette nouvelle chose ne peut se faire immédiatement, on cherche de laquelle elle dépend, et ainsi de suite jusqu'à ce qu'on ait trouvé celle par laquelle il faut commencer. Connaissant alors le point de départ, on n'a plus qu'à faire successivement toutes ces choses dans l'ordre inverse de celui où on les a découvertes. De cette manière on a fait d'abord de l'analyse, puis de la synthèse. Et ce ne sera que dans des cas très-rares que l'analyse consistera à décomposer la chose proposée en ses parties constitutantes, pour les réunir ensuite et former cette chose. En général, elle est ramenée à une autre qui n'en est point une partie, et qui s'est ramenée à une nouvelle, et ainsi de suite, jusqu'à ce qu'on soit parvenu à une chose que l'on ait pu faire immédiatement.

Il semble bien inutile d'en citer des exemples. Chacun peut s'en proposer, en les tirant des détails les plus humbles de la vie domestique, aussi bien que des questions les plus graves de la vie politique ou civile.

Chacune des questions, quelquefois très-compliquées, par lesquelles on est passé dans une première analyse, peut demander elle-même une analyse spéciale, à laquelle on aura recours après l'analyse générale de la question.

Il est presque inutile de faire remarquer que celui qui se propose souvent la même question n'a besoin d'en faire l'analyse qu'une seule fois, pourvu qu'il retienne l'ordre dans lequel les questions se suivent dans la marche synthétique de l'exécution. Cela peut même devenir tellement familier, qu'on en vienne à se figurer à tort que la question n'a jamais eu besoin de la solution analytique.

Nous n'en dirons pas davantage sur ce point. Mais nous avons cru qu'il n'était pas au-dessous de la dignité du sujet (laissant au lecteur le choix facile des exemples) d'insister sur ce point, que les méthodes de raisonnement ne s'appliquent pas seulement aux recherches profondes et abstraites, mais qu'elles sont faites pour venir en aide à l'homme dans sa vie de tous les jours; qu'elles sont au service de l'ignorant aussi bien que du savant, et que l'esprit humain procède de la même manière dans les questions les plus humbles et dans les plus transcendantes.

Digitized by Google

CHAPITRE VIII.

COMMENT ON DÉMONTRE LA FAUSSETÉ D'UNE PROPOSITION.

47. Toutes les conséquences nécessaires de propositions vraies sont vraies; et les conséquences de propositions fausses peuvent aussi quelquefois être vraies. Si donc, en partant d'une certaine proposition, ou, en d'autres termes, en l'admettant, on en déduit une suite de conséquences nécessaires qui soient toutes des propositions vraies, on n'a nullement le droit d'en conclure que la première le soit. Mais si dans cette suite de propositions déduites on en reconnaît une fausse, on peut affirmer que la première l'est aussi; car si elle était vraie, elle n'aurait conduit qu'à des conséquences vraies.

Si donc on a à démontrer la fausseté d'une proposition qui ne se présente pas immédiatement comme incompatible avec d'autres reconnues vraies, il suffit d'en tirer des conséquences nécessaires qui finissent par conduire à une proposition dont la fausseté soit évidente. Et il n'est même pas nécessaire d'obtenir ainsi une proposition reconnue fausse, il suffit d'en obtenir une qui soit incompatible soit avec la première, soit avec une quelconque de celles qu'on en a déduites. Car si la première était vraie, toutes celles qu'on en a déduites le seraient, et n'offriraient, par conséquent, aucune incompatibilité. On peut donc énoncer la règle suivante :

Pour démontrer la fausseté d'une proposition, il suffit de faire voir qu'en l'admettant on en déduit par des rai-

sonnements justes une proposition fausse, ou incompatible avec l'une des précédentes.

Et l'on peut remarquer que cette marche est analytique, puisqu'elle prend pour point de départ la proposition en question, et qu'elle conduit à la dernière par des conséquences nécessaires.

Comment on reconnaît si une proposition énoncée est vraie ou fausse.

48. Pour reconnaître si une proposition est vraie, on procédera comme si on voulait prouver qu'elle l'est ; et si l'on y parvient, la question sera décidée. Si l'on ne peut réussir à la déduire de propositions reconnues vraies, on n'a rien à en conclure ; on n'a fait preuve que d'impuissance.

On essayera alors de reconnaître si elle est fausse, et l'on procédera comme si l'on voulait prouver qu'elle l'est : c'est-à-dire que l'on cherchera à en déduire comme conséquence nécessaire quelque proposition fausse. Si l'on y parvient, la question sera décidée ; mais si l'on n'y parvient pas, on restera dans le doute.

On voit donc que pour reconnaître si une proposition est vraie ou fausse, on est ramené aux questions déjà traitées, qui ont pour objet de démontrer la vérité ou la fausseté d'une proposition.

Digitized by Google

CHAPITRE IX.

MÉTHODE DE DÉMONSTRATION PAR LA CONSIDÉRATION DES PROPOSITIONS CONTRADICTOIRES, OU MÉTHODE DE RÉDUCTION A L'ABSURDE.

49. Deux propositions, dont chacune est la simple négation de l'autre, sont ce que nous avons appelé *contradictoires;* et, par conséquent, comme nous l'avons remarqué, la vérité de l'une quelconque des deux entraîne la fausseté de l'autre, et réciproquement.

Il résulte de cette remarque une méthode indirecte pour démontrer la vérité d'une proposition, et qui consiste à en considérer la contradictoire et en démontrer la fausseté. Le plus ordinairement, comme nous l'avons dit précédemment, cette proposition contradictoire renfermera plusieurs cas différents; et pour qu'elle soit démontrée fausse, il faut que chacun de ces cas le soit : car si un seul était vrai, la proposée ne le serait pas. On les considérera donc chacun successivement; et suivant la méthode donnée pour la démonstration de la fausseté, on fera voir que chacune de ces propositions étant admise conduit, par des raisonnements justes, à des conclusions, soit absurdes en elles-mêmes, soit contradictoires avec l'hypothèse ou avec l'une de ses conséquences.

Ce procédé détourné, mais souvent utile, se nomme *réduction à l'absurde.*

Elle a été beaucoup employée par les anciens géomètres, auxquels les sophistes ne permettaient pas les hardiesses de raisonnement que prenent si légitimement les modernes.

Remarque. — Il est inutile de dire qu'on prouverait la fausseté d'une proposition par la vérité de la contradictoire. Mais les cas où ce serait avantageux sont bien rares, et quand on a à prouver la fausseté d'une proposition, c'est presque toujours au contraire pour prouver la vérité de la contradictoire.

Actuellement, que nous avons développé notre doctrine et exposé nos méthodes de raisonnement, nous croyons indispensable de discuter rapidement celles qui les ont précédées, et dont quelques-unes sont l'origine et la base des nôtres.

Digitized by Google

CHAPITRE X.

DE L'ANALYSE ET DE LA SYNTHÈSE CHEZ LES ANCIENS.

50. Après avoir exposé avec détail la manière dont nous entendons ces méthodes, il est utile de faire connaître exactement ce qu'elles ont été avant nous.

On trouve dans le treizième livre des *Éléments* d'Euclide les définitions suivantes de l'analyse et de la synthèse.

« Qu'est-ce que l'analyse et qu'est-ce que la synthèse?

» L'analyse est l'admission de la chose cherchée comme accordée, pour en déduire des conséquences qui conduisent à quelque vérité accordée.

» La synthèse au contraire consiste à partir de choses accordées, et à en déduire des conséquences qui conduisent à la connaissance de la chose cherchée. »

51. Pour donner une idée plus complète de la manière dont les anciens entendaient ces deux méthodes, nous citerons le passage suivant, qui commence le septième livre des *Collections mathématiques* de Pappus d'Alexandrie, traduites en latin par Halley :

« Locus de resolutione inscriptus, Hermodore fili, ut
» paucis dicam, propria quædam est materia in eorum
» usum designata, qui perceptis communibus elementis, in
» Geometriâ facultatem sibi comparare desiderant investi-
» gandi solutiones propositorum problematum ; et in hunc
» finem solummodo utilis. Traditur autem à tribus viris, Eu-

» clide nempè Elementorum scriptore, Apollonio Pergæo et
» Aristæo seniore. Procedit verò per modum resolutionis et
» compositionis. Resolutio autem est methodus quâ à quæ-
» sito quasi jam concesso, per ea quæ deindè consequuntur
» ad conclusionem aliquam, cujus ope compositio fiat, per-
» ducamur. In resolutione enim, quod quæritur ut jam fac-
» tum supponentes, ex quo antecedente hoc consequatur
» expendimus; iterùmque quodnam fuerit ejus antecedens;
» atque ita deinceps, usque dùm in hunc modum regre-
» dientes, in aliquid jam cognitum, locoque principii ha-
» bitum, incidamus. Atque hic processus *Analysis* vocatur,
» quasi dicas, *inversa solutio*. E contrario autem in com-
» positione, cognitum illud, in resolutione ultimo loco ac-
» quisitum, ut jam factum præmittentes; et quæ ibi conse-
» quentia erant, hic ut antecedentia naturali ordine
» disponentes, aque inter se conferentes, tandem ad con-
» structionem quæsiti pervenimus. Hoc autem vocamus
» *Synthesin*.

» Duplex autem est analyseos genus : vel enim est veri
» indagatrix, diciturque *theoretica;* vel propositi investiga-
» trix, ac *problematica* vocatur.

» In theoretico autem genere, quod quæritur reverà ita
» se habere supponentes, ac deindè per ea quæ conse-
» quuntur, quasi vera sint (ut sunt ex hypothesi) argu-
» mentantes, ad evidentem aliquam propositionem proce-
» dimus. Jam si conclusio ista vera sit, vera quoque est
» propositio de quâ quæritur; ac demonstratio reciprocè
» respondet analysi. Si verò in falsam conclusionem inci-
» damus, falsum quoque erit de quo quæritur.

» In problematico verò genere, quod proponitur ut jam
» cognitum sistentes, per ea quæ exindè consequuntur,
» tanquam vera, perducimur ad conclusionem aliquam;
» quod si conclusio ista possibilis sit, ac πορίστὴ, quod ma-
» thematici *datum* appellant, possibile quoque erit quod

» proponitur, et hic quoque demonstratio reciprocè res-
» pondebit analysi. Si verò incidamus in conclusionem im-
» possibilem, erit etiam problema impossibile. Diorismus
» autem, sive determinatio, est quâ discernitur quibus con-
» ditionibus quotque modis problema effici possit.

» Atque hæc de resolutione et compositione dicta
» sunto. »

52. Ce remarquable passage de Pappus peut être traduit de la manière suivante :

« Le lieu appelé ἀναλυόμενος, ô mon fils Hermodore, est, pour parler sommairement, une certaine matière qui vient après l'établissement des éléments ordinaires, et est destinée à ceux qui veulent acquérir de la force pour découvrir la solution des problèmes de Géométrie qui peuvent leur être proposés; c'est dans ce but unique qu'elle a été créée. Trois géomètres ont écrit sur ce sujet : Euclide, l'auteur des *Éléments*, Apollonius de Perge, et le vieux Aristée. On y procède par *analyse* et par *synthèse*.

» L'analyse est la route qui part de ce qu'on cherche, comme si c'était accordé, et conduit, par les conséquences qu'on en tire, à quelque chose qui soit réellement accordé.

» Dans l'analyse, supposant faite la chose demandée, nous cherchons de quelle autre elle se déduirait, et de même de laquelle se déduirait cette dernière, jusqu'à ce que par cette marche rétrograde nous rencontrions quelque chose de connu, ou rangé parmi les principes. Et nous donnons à cette marche le nom d'*analyse* (résolution), comme pour dire *solution en sens inverse*.

» Dans la synthèse, au contraire, admettant comme faite la dernière chose à laquelle l'analyse avait conduit, et disposant suivant l'ordre naturel les choses qui se précèderont ici, et qui se suivaient au contraire dans l'analyse, on parvient enfin à la construction.

» Il y a deux genres d'analyse : l'un a pour objet la démonstration de la vérité, et se nomme *théorétique;* l'autre, l'exécution d'une chose proposée, et se nomme *problématique.*

» Dans le genre *théorétique*, supposant vraie la chose en question, et regardant comme vraies les conséquences qui s'en déduisent, comme elles le sont en effet d'après l'hypothèse, nous avançons jusqu'à ce que nous parvenions à quelque chose de connu. Si cette chose est vraie, la proposée le sera aussi; et la démonstration se fera en sens inverse de l'analyse. Mais si nous sommes parvenus à une chose reconnue fausse, la proposée sera fausse elle-même. Dans le genre problématique, nous regardons comme exécuté ce qui est proposé; et en suivant les conséquences qui en résultent, nous tâchons de parvenir à quelque chose qui soit connu. Si cette chose est possible et exécutable, ce que les géomètres appellent *donnée*, la proposée le sera aussi, et la démonstration s'en fera en sens inverse de l'analyse. Mais si la chose à laquelle nous sommes parvenus est reconnue impossible, le problème sera impossible lui-même. La *détermination* est la discussion qui apprend quand, comment, et de combien de manières le problème est possible.

» C'est là ce que nous avions à dire sur l'analyse et la synthèse. »

CHAPITRE XI.

OBSERVATIONS SUR L'ANALYSE DES ANCIENS.

De la méthode analytique d'après Euclide.

53. D'après la définition qu'Euclide donne de l'analyse, on doit comprendre qu'il regarde une proposition comme démontrée lorsque l'on est parvenu à en déduire comme conséquence nécessaire une proposition reconnue vraie. Les exemples qu'il présente pour la faire comprendre confirment entièrement cette opinion; car lorsqu'en partant de la proposition à démontrer, il parvient par des déductions exactes à une vérité connue, il se borne à dire : *Or cela est;* et il s'arrête sans prendre la peine de conclure. Il regarde donc comme évident que dès qu'il est arrivé à quelque conséquence vraie, la proposition d'où il est parti l'est aussi. S'il en est ainsi, sa méthode est défectueuse, puisque nous avons établi que des propositions fausses pouvaient conduire à des conséquences vraies. Il faut qu'il ait ignoré qu'Aristote avait mis cela hors de doute.

De la méthode analytique d'après Pappus.

54. Pappus commence par définir l'analyse comme Euclide, puisqu'il dit que c'est *la route qui part de ce qu'on cherche comme si c'était accordé, et conduit, par les conséquences qu'on en tire, à quelque chose qui soit réelle-*

ment accordé. Mais ce qui suit porterait à croire qu'il l'entend autrement. Il continue en effet en ces termes :

Dans l'analyse, supposant faite la chose demandée, nous cherchons de quelle autre elle se déduirait, et de même de laquelle se déduirait cette dernière, etc.

Dans ce passage, la méthode est bien présentée. Lequel des deux exprime la vraie pensée de Pappus? Ce sont les développements qui suivent qui pourront conduire à se faire une opinion à cet égard. Examinons d'abord ce qu'il dit de l'analyse *théorétique* qui a pour objet la démonstration de la vérité.

« *Dans le genre théorétique*, dit-il, *supposant vraie la chose en question, et regardant comme vraies les choses qui s'en déduisent, nous avançons jusqu'à ce que nous parvenions à quelque chose de connu. Si cette chose est vraie, la proposée le sera aussi, et la démonstration se fera en sens inverse de l'analyse. Mais si nous sommes parvenus à une chose reconnue fausse, la proposition sera fausse elle-même.* »

Ici il n'y a plus de doute, la méthode est la même que celle d'Euclide, et par conséquent défectueuse. Mais il est à remarquer qu'il ne regarde pas la démonstration comme faite par l'analyse, quoiqu'il dise que la proposition d'où l'on part est vraie si elle a conduit à quelque chose de vrai; il exige que la démonstration se fasse synthétiquement en partant de la proposition vraie où s'arrête l'analyse. Ce double procédé empêchera l'erreur; mais la première partie serait insuffisante et il ne s'en est pas aperçu. *Au contraire, l'analyse telle que nous l'avons présentée ci-dessus se suffit à elle-même, et n'a pas besoin d'être suivie de la démonstration synthétique.* Et l'insuffisance de sa première partie est telle, qu'en partant de la dernière proposition, reconnue vraie, il n'en déduira jamais la proposée si les propositions successives ne sont pas toutes réciproques

les unes des autres ; circonstance fortuite, et dont il ne fait pas mention.

55. Passons maintenant à la résolution des problèmes. « Dans le genre problématique, dit Pappus, nous regardons comme exécuté ce qui est proposé ; et en suivant les conséquences qui en résultent, nous tâchons de parvenir à quelque chose qui soit connu.... Si cette chose est exécutable, la proposée le sera aussi. »

Pappus suppose donc que si le dernier problème est résolu, le premier le sera. Or nous avons prouvé qu'il n'en était pas toujours ainsi : la méthode de Pappus est donc encore imparfaite pour la résolution des problèmes. Mais les solutions étrangères qu'elle peut introduire, et dont il ne fait pas mention, se reconnaîtraient en suivant, comme il le prescrit ensuite, la marche synthétique qui conduit du dernier problème au proposé. Néanmoins, au point de vue de la complète rigueur et de la dignité de la science, nous ne pouvions nous dispenser de signaler cette imperfection.

56. Il y a encore un autre reproche à faire aux anciens géomètres qui ont employé l'analyse dans la résolution des problèmes. Lorsque, partant du problème supposé résolu, ils arrivent par une suite de déductions à un problème connu, ils ne se contentent pas toujours de démontrer synthétiquement que les solutions de ce dernier satisfont au premier ; ce qui est nécessaire comme nous l'avons montré, puisque leur procédé peut en introduire d'étrangères : mais ils se croient encore obligés de démontrer qu'il n'en existe pas d'autres. Or cela est inutile, puisque nous avons établi que ce procédé de déduction pouvait bien introduire des solutions étrangères, mais qu'il ne pouvait en faire perdre. Cela ferait croire qu'ils ne comprenaient pas bien nettement la valeur de leur méthode.

CHAPITRE XII.

DES MÉTHODES DE RAISONNEMENT, OU DE LA LOGIQUE, CHEZ LES MODERNES.

Opinion de Bacon et de Descartes sur la logique.

57. Les modernes ont donné le nom de *logique* à l'art de raisonner, et plus généralement encore à l'art de penser.

Les deux hommes qui ont exercé la plus grande influence sur la manière de procéder dans la recherche de la vérité, sont incontestablement Bacon et Descartes.

Nous dirons cependant peu de chose de leurs méthodes, parce qu'elles n'ont pas précisément le même objet que celles dont nous nous occupons. Ces deux grands hommes avaient principalement en vue l'établissement des principes généraux, et la marche à suivre pour acquérir des connaissances certaines sur l'homme et sur la nature. Ils ne se sont pas occupés spécialement des méthodes à suivre pour la solution des questions qui peuvent se présenter dans une science de raisonnement, dont toutes les bases fondamentales ont été établies. Or c'est là l'objet principal de notre Ouvrage.

Nous ne pouvons cependant nous empêcher de faire connaître l'opinion qu'ils ont émise l'un et l'autre sur la logique telle qu'on l'enseignait depuis Aristote.

58. Voici comment Bacon s'exprime dans l'analyse rapide qui précède le livre Ier :

« Cet art que nous proposons, et auquel nous donnons

ordinairement le nom d'*interprétation de la nature*, cet art, dis-je, est une sorte de logique, quoiqu'il y ait une différence infinie entre celle-ci et la science à laquelle on donne ordinairement ce nom; car cette logique vulgaire fait bien profession de destiner et de procurer à l'entendement des secours et des appuis, et c'est ce que les deux logiques ont de commun; mais elles diffèrent principalement en trois choses, savoir : quant au but même, puis quant à l'ordre des démonstrations, enfin quant à la manière de commencer la recherche.

» En effet, la fin de la science que nous proposons n'est pas d'inventer des arguments, mais des arts; non des choses conformes aux principes, mais les principes mêmes; non des probabilités, mais des indications de nouveaux procédés. Ainsi, les intentions et les vues étant différentes, les effets ne doivent pas non plus être les mêmes; car là ce qu'on se propose de vaincre et de lier, pour ainsi dire, par la dispute, c'est son adversaire; ici c'est la nature, et c'est par les œuvres qu'on tend à ce but.

» Or, la nature et l'ordre des démonstrations même s'approprie à une telle fin; car dans la logique vulgaire tout le travail a pour objet le syllogisme. Quant à l'induction, à peine les dialecticiens paraissaient-ils y avoir pensé sérieusement; ils ne font que toucher ce sujet en passant, se hâtant d'arriver aux formules qui servent dans la dispute. Quant à nous, nous rejetons toute démonstration qui procède par la voie du syllogisme, parce qu'elle ne produit que de la confusion, et fait que la nature nous échappe des mains. En effet, quoiqu'il soit hors de doute que deux choses qui s'accordent dans le moyen terme s'accordent aussi entre elles, cependant il y a ici de la supercherie, en ce que le syllogisme est composé de propositions, les propositions de mots, et que les mots sont les signes et comme les étiquettes des notions. Si donc les notions

mêmes de l'esprit, qui sont comme l'âme des mots et comme la base de tout l'édifice, sont vagues, extraites des choses au hasard ou par une fausse méthode, si elles ne sont pas bien déterminées et suffisamment circonscrites, si enfin elles pèchent de mille manières, dès lors croule tout l'édifice. Ainsi nous rejetons le syllogisme, et cela non-seulement quant aux principes, par rapport auxquels eux-mêmes n'en font aucun usage, mais même quant aux propositions moyennes que le syllogisme parvient sans contredit à déduire et enfanter bien ou mal, mais qui sont tout à fait stériles en œuvres, éloignées de la pratique, et incompétentes quant à la partie active des sciences. »

On voit par ce passage, sur lequel nous ne voulons faire aucune observation, que Bacon reprochait à la logique de son temps de s'appuyer sur des principes généraux mal établis, sur des notions vagues qui ne pouvaient être la base d'un édifice solide, et d'avoir plutôt pour objet la dispute que la recherche de la vérité et l'accroissement des connaissances humaines.

59. Voici maintenant un passage extrait du *Discours de la Méthode* de Descartes :

« J'avais un peu étudié, étant plus jeune, entre les parties de la philosophie, à la logique, et entre les mathématiques, à l'analyse des géomètres et à l'algèbre, trois arts ou sciences qui semblaient devoir contribuer quelque chose à mon dessein. Mais en les examinant je pris garde que, pour la logique, ses syllogismes et la plupart de ses autres instructions servent plutôt à expliquer à autrui les choses qu'on sait, ou même, comme l'art de Lulle, à parler sans jugement de celles qu'on ignore, qu'à les apprendre; et bien qu'elle contienne en effet beaucoup de préceptes très-vrais et très-bons, il y en a toutefois tant d'autres mêlés parmi, qui sont ou nuisibles ou superflus, qu'il est presque

aussi malaisé de les en séparer que de tirer une Diane ou une Minerve hors d'un bloc de marbre qui n'est point encore ébauché. »

Il ajoute un peu plus loin :

« Au lieu de ce grand nombre de préceptes dont la logique est composée, je crus que j'aurais assez des quatre suivants, pourvu que je prisse une ferme et constante résolution de ne manquer pas une seule fois de les observer.

» Le premier était de ne recevoir jamais aucune chose pour vraie que je ne la connusse évidemment être telle; c'est-à-dire d'éviter soigneusement la précipitation et la prévention, et de ne comprendre rien de plus en mes jugements que ce qui se présenterait si clairement et si distinctement à mon esprit, que je n'eusse aucune occasion de le mettre en doute.

» Le second, de diviser chacune des difficultés, etc., etc. »

Descartes ne faisait donc pas plus cas que Bacon de la logique de son temps; il croit qu'elle n'est pas propre à faire acquérir des connaissances nouvelles, mais plutôt à expliquer aux autres les choses qu'on sait, ou même à parler sans jugement de celles qu'on ignore; et que parmi des préceptes très-bons, elle en contient bien d'autres nuisibles ou superflus. Et enfin, à toutes ces règles destinées à faire reconnaître la justesse ou la fausseté des déductions, il en substitue une seule, qui est de n'admettre comme vrai que ce qui se présente à l'esprit avec le caractère de l'évidence, c'est-à-dire si distinctement et si clairement, qu'aucun doute ne soit possible.

Ce précepte, qui nous paraît aujourd'hui si simple, a été à cette époque un immense progrès. En apprenant à chaque homme qu'il a en lui tout ce qui est nécessaire pour reconnaître la vérité, il a rendu la liberté à l'esprit humain; il l'a affranchi du joug des doctrines imposées, et lui a donné en même temps un guide sûr qui l'empêchera de

s'égarer s'il veut lui être toujours fidèle, et ne pas se prononcer sur des matières où le sentiment de l'évidence lui fera défaut. Car Descartes admet et proclame hautement ce principe que Dieu n'a pas voulu que l'homme fût le jouet d'illusions perpétuelles, et qu'il lui a donné les moyens de connaître les choses telles qu'elles sont, au moins dans les limites circonscrites où il a permis qu'elles lui fussent accessibles. D'où il suit que la libre discussion de la vérité ne peut avoir pour résultat final une anarchie pire que le despotisme, mais l'assentiment unanime des esprits aux vérités auxquelles le Créateur a voulu que l'homme pût être initié.

Digitized by Google

CHAPITRE XIII.

DE LA LOGIQUE DE PORT-ROYAL

60. Cet ouvrage, dont l'*Encyclopédie* fait un grand éloge, et que l'auteur, Arnaud, appelle aussi *l'Art de penser*, a été conçu d'après la méthode de Descartes. Nous ne parlerons pas des deux premières parties, qui n'ont pas un rapport immédiat à notre objet, et nous passerons à la troisième dont le titre est : *Du raisonnement*. Elle commence ainsi :

« Cette partie que nous avons maintenant à traiter, qui comprend les règles du raisonnement, est estimée la plus importante de la logique, et c'est presque l'unique que l'on y traite avec quelque soin. Mais il y a sujet de douter si elle est aussi utile qu'on se l'imagine. La plupart des erreurs des hommes, comme nous avons déjà dit ailleurs, viennent bien plus de ce qu'ils raisonnent sur de faux principes, que non pas de ce qu'ils raisonnent mal suivant leurs principes. Il arrive rarement qu'on se laisse tromper par des raisonnements qui ne soient faux que parce que la conséquence en est mal tirée; et ceux qui ne seraient pas capables d'en reconnaître la fausseté par la seule lumière de la raison, ne le seraient pas ordinairement d'entendre les règles que l'on en donne, et encore moins de les appliquer. Néanmoins, quand on ne considérerait ces règles que comme des vérités spéculatives, elles serviraient toujours à exercer l'esprit. »

On voit que, comme Descartes et Bâcon, l'auteur ne regarde pas les règles du raisonnement comme ayant une utilité réelle, mais simplement comme des théorèmes dont la démonstration peut offrir un exercice utile à l'esprit.

Ce motif, et peut-être un reste de respect pour ces formes qui avaient si longtemps régné dans l'école, ont engagé l'auteur dans des développements très-longs, qui renferment une grande partie de la logique d'Aristote. Ce sujet a été traité depuis plus simplement et plus rigoureusement par Euler. Nous nous bornerons à cette mention, et nous passerons à la quatrième partie intitulée : *De la méthode.*

De la méthode.

61. « Il sert de peu, pour bien démontrer, dit l'auteur, de savoir les règles du syllogisme, qui est à quoi on manque très-peu souvent; mais le tout est de bien arranger ses pensées, en se servant de celles qui sont claires et évidentes, pour pénétrer dans ce qui paraissait le plus caché....

» On peut appeler généralement méthode l'art de bien disposer une suite de plusieurs pensées, ou pour découvrir la vérité quand nous l'ignorons, ou pour la prouver aux autres quand nous la connaissons déjà.

» Ainsi, il y a deux sortes de méthode : l'une, pour découvrir la vérité, qu'on appelle *analyse* ou *méthode de résolution*, et qu'on peut aussi appeler *méthode d'invention ;* et l'autre, pour la faire entendre aux autres quand on l'a trouvée, qu'on appelle *synthèse* ou *méthode de composition*, et qu'on peut aussi appeler *méthode de doctrine....*

» Or, c'est dans l'attention que l'on fait à ce qu'il y a de connu dans la question que l'on veut résoudre, que consiste principalement l'analyse; tout l'art étant de tirer de cet

examen beaucoup de vérités qui nous puissent mener à la connaissance de ce que nous cherchons....

» Et il faut remarquer : 1° qu'on y doit pratiquer aussi bien que dans la méthode qu'on appelle *de composition*, de passer toujours de ce qui est plus connu à ce qui l'est moins, car il n'est point de vraie méthode qui se puisse dispenser de cette règle ; 2° mais qu'elle diffère de celle de composition en ce qu'on prend ces vérités connues dans l'examen de la chose que l'on se propose de connaître, et non dans les choses plus générales, comme on fait dans la méthode de doctrine.

» Enfin ces deux méthodes ne diffèrent que comme le chemin qu'on fait en montant d'une vallée en une montagne, de celui qu'on fait en descendant de la montagne dans la vallée ; ou comme diffèrent les deux manières dont on se peut servir pour prouver qu'une personne est descendue de saint Louis : dont l'une est de montrer que cette personne a tel pour père, qui était fils d'un tel, et celui-là d'un autre, et ainsi jusqu'à saint Louis ; et l'autre, de commencer par saint Louis, et montrer qu'il a eu tels enfants, et ces enfants d'autres, en descendant jusqu'à la personne dont il s'agit. Et cet exemple est d'autant plus propre en cette rencontre, qu'il est certain que pour trouver une généalogie inconnue, il faut remonter du fils au père ; au lieu que pour l'expliquer après l'avoir trouvée, la manière la plus ordinaire est de commencer par le tronc pour en faire voir les descendants, qui est aussi ce qu'on fait d'ordinaire dans les sciences où, après s'être servi de l'analyse pour trouver quelque vérité, on se sert de l'autre méthode pour expliquer ce qu'on a trouvé.

» On peut comprendre par là ce que c'est que l'analyse des géomètres. Car voici en quoi elle consiste. Une question leur ayant été proposée dont ils ignorent la vérité ou la fausseté, si c'est un théorème ; la possibilité ou l'impos-

sibilité, si c'est un problème, ils supposent que cela est comme il est proposé; et examinant ce qui s'ensuit de là, s'ils arrivent à quelque vérité claire dont ce qui leur est proposé soit une suite nécessaire, ils en concluent que ce qui leur est proposé est vrai; et reprenant ensuite par où ils avaient fini, ils le démontrent par l'autre méthode qu'on appelle *de composition*. Mais s'ils tombent par une suite nécessaire de ce qui leur est proposé, dans quelque absurdité ou impossibilité, ils en concluent que ce qu'on leur avait proposé est faux et impossible. Voilà ce qu'on peut dire généralement de l'analyse, qui consiste plus dans le jugement et dans l'adresse de l'esprit que dans des règles particulières. Ces quatre, néanmoins, que M. Descartes propose dans sa *Méthode*, peuvent être utiles pour se garder de l'erreur en voulant rechercher la vérité dans les sciences humaines, quoiqu'à dire vrai elles soient générales pour toutes sortes de méthodes, et non particulières pour la seule analyse. La première est de ne recevoir jamais aucune chose pour vraie, qu'on ne la connaisse évidemment être telle.... »

62. Nous avons rapporté ces divers passages afin qu'il n'y ait aucun doute sur la manière dont l'auteur y conçoit la méthode. L'analyse, suivant lui, consiste à tirer de l'examen de la chose que l'on se propose de connaître, des vérités qui mènent à la connaissance de ce que l'on cherche; tandis que dans la méthode dite *de composition*, on part de choses générales, pour arriver à la connaissance de celles que l'on cherche. Ces deux méthodes, dit-il, sont inverses l'une de l'autre, comme les deux chemins que l'on ferait en montant de la vallée à la montagne, ou en descendant de la montagne dans la vallée. Il n'entend donc nullement par *composition* la réunion de plusieurs choses en un tout, ni par *analyse* la décomposition d'une chose en ses parties.

Il est certain aussi que les définitions qu'il donne de ces méthodes, ne sont ni assez précises ni assez développées pour en donner une idée exacte ; mais cependant il est impossible de ne pas reconnaître la ressemblance qu'elles ont avec l'analyse et la synthèse des géomètres anciens. Et l'auteur lui-même l'indique en ajoutant à la suite de son exposition : *On peut comprendre par là ce que c'est que l'analyse des géomètres....*

Quant à la manière dont il présente cette dernière, j'y ferai les mêmes observations que m'ont suggérées les anciens et les modernes qui l'ont définie ou pratiquée. Ainsi, pour démontrer un théorème, il faut, dit-il, le regarder comme vrai, et en tirer des conséquences jusqu'à ce que l'on arrive à quelque vérité claire; mais nous savons que les propositions ainsi obtenues n'entraînent pas nécessairement la première, et par conséquent lorsqu'on sera parvenu à une vérité claire, il arrivera très-souvent que la proposée n'en sera pas une suite nécessaire. Il dit bien, il est vrai, à la fin : *S'ils arrivent à une vérité claire dont ce qui leur est proposé soit une suite nécessaire...* Mais c'est précisément ce que n'apprendra pas la marche qu'il indique, qui consiste à examiner ce qui suit de la proposition admise comme vraie, et non, comme nous l'avons recommandé, à chercher de quelle proposition elle serait la conséquence, ce qui est l'inverse.

Si, au contraire, on arrivait à une proposition reconnue fausse, on en tirerait, comme nous l'avons fait voir précédemment, la conséquence légitime que la proposée est elle-même fausse. Cette marche serait donc bonne pour reconnaître la fausseté, et insuffisante pour reconnaître la vérité. Quant à l'application de l'analyse à la résolution des problèmes, ce qui est sa destination principale, il n'en parle pas.

CHAPITRE XIV.

DE LA LOGIQUE DE CONDILLAC.

63. Condillac a eu une si grande célébrité, et il attachait une telle importance à sa logique, qu'il regardait comme devant faire révolution dans l'art de raisonner et de penser, que nous nous croyons obligé de faire un examen approfondi de cette œuvre; d'autant plus que sur les points les plus importants, nos idées sont bien différentes des siennes. L'opinion de l'auteur sur son ouvrage est caractérisée par la phrase suivante, qu'on trouve au commencement :

« Cette logique, dit-il, ne ressemble à aucune de celles qu'on a faites jusqu'à présent. Mais la manière neuve dont elle est traitée ne doit pas être son seul avantage; il faut encore qu'elle soit la plus simple, la plus facile et la plus lumineuse. »

C'est donc une œuvre capitale que l'auteur juge qu'il a produite; et il ne m'est pas permis d'en critiquer les points principaux, sans appuyer mes opinions de développements dont la longueur aura peut-être besoin de cette excuse.

L'analyse suivant Condillac.

64. Pour faire comprendre par une image sensible la manière dont il entend cette méthode, Condillac suppose un spectateur en présence d'une campagne riche et variée, qu'on ne lui laisse « apercevoir qu'un instant; il est cer-

tain, dit-il, qu'il a tout vu, mais qu'il ne connaît rien de ce qu'il a vu. Pour avoir la connaissance de cette campagne, il ne suffit pas de la voir tout à la fois, il en faut voir chaque partie l'une après l'autre; et au lieu de tout embrasser d'un coup d'œil, arrêter ses regards successivement d'un objet sur un objet. L'ordre dans lequel il faut les observer est indiqué par la nature, c'est celui dans lequel elle les offre; il y en a qui appellent plus particulièrement les regards, et tous les autres semblent s'arranger autour d'eux pour eux. Voilà ceux qu'on observe d'abord; et quand on a examiné leur situation respective, les autres se mettent dans les intervalles, chacun à leur place. Alors on démêle tous les objets dont on a saisi la forme et la situation, et on les embrasse d'un seul regard. L'ordre qui est entre eux dans notre esprit, n'est plus successif; il est simultané. Cette *décomposition* et *recomposition* est ce qu'on nomme *analyse*. *Analyser* n'est donc autre chose qu'observer dans un ordre successif les qualités d'un objet, afin de leur donner dans l'esprit l'ordre simultané dans lequel elles existent. C'est ce que la nature nous fait faire à tous. L'analyse qu'on croit n'être connue que des philosophes, est donc connue de tout le monde. Il n'y a pas jusqu'aux plus petites couturières qui n'en soient convaincues; car si leur donnant pour modèle une robe d'une forme singulière, vous leur proposez d'en faire une semblable, elles imagineront naturellement de défaire et de refaire ce modèle, pour apprendre à faire la robe que vous demandez. Elles savent donc l'analyse aussi bien que les philosophes; et elles en connaissent l'utilité beaucoup mieux que ceux qui s'obstinent à soutenir qu'il y a une autre méthode pour s'instruire. »

65. On voit clairement par ce résumé rapide, et par les exemples dont il fait suivre son exposition, que Condillac

fait consister l'analyse dans la décomposition d'un tout en ses parties les plus simples. De sorte que si l'on se propose de connaître une chose, on sera parvenu à son but, puisque toutes les parties qui la composent seront connues; et si c'est une chose à former, on y parviendra facilement si l'on peut former ces dernières parties.

Or, on aperçoit immédiatement combien serait borné l'emploi d'une pareille méthode pour la solution des questions de raisonnement. Elle suppose qu'on ait sous les yeux, et en quelque sorte sous la main, l'objet qu'on veut étudier, ou auquel en veut en construire un semblable. Vous êtes en présence d'une campagne dont vous pouvez examiner tous les détails, et vous supposez qu'on demande de bien reconnaitre tous ces détails et de retenir leur ensemble. Ce n'est pas là un problème de raisonnement, c'est une question d'inventaire et de classement: on peut sans doute le faire avec plus ou moins d'ordre: mais quelle différence il y a entre la question qui consiste à se rendre bien compte d'une chose toute faite qu'on a devant soi, et celle où l'on propose de trouver les éléments constitutifs d'une chose, sous la condition qu'elle ait des rapports désignés avec des choses données! Je conviens avec Condillac que la nature indique le moyen de résoudre la première; mais il faut aussi convenir que la nature a bien besoin d'être aidée par l'art, pour résoudre la seconde.

66. La même observation doit être faite pour son exemple de la couturière. Elle a sous la main la robe qu'elle doit imiter. Elle la décompose, non pas par une opération de son esprit, mais bien de ses mains; et elle ne le peut que parce qu'elle possède l'objet réellement construit. Elle le défait matériellement jusqu'à ce qu'elle parvienne à des parties qu'elle sache reproduire; et pourvu qu'elle ait bien retenu l'ordre dans lequel se trouvaient

toutes les parties obtenues par les décompositions successives, elle pourra construire une robe semblable à la proposée. Mais si elle n'avait pas possédé matériellement cette robe, et qu'on n'eût fait que lui indiquer les conditions à remplir; ou encore qu'on lui eût montré le dessin de cette robe, ou cette robe même, sans lui permettre de la défaire; il aurait fallu qu'elle devinât les détails cachés, d'après les conditions données, ou d'après les apparences visibles; qu'elle se bornât à des décompositions fictives; qu'elle découvrît quelles constructions conduiraient à celles qu'elle voulait obtenir; enfin qu'elle fît un travail d'intelligence, au lieu d'un travail de mains.

67. L'analyse suivant Condillac ne s'appliquerait donc réellement qu'à l'étude des questions résolues; et ce n'était pas la peine de tant se moquer des méthodes des philosophes, pour leur en substituer une aussi puérile.

Mais, dira-t-on, Condillac a résolu par sa méthode un problème d'Algèbre à deux inconnues; et il prétend que c'est à l'analyse qu'il faut attribuer les grands progrès que les Mathématiques doivent à Euler et Lagrange. Son emploi n'est donc pas aussi borné que vous le pensez.

A cette objection la réponse est bien simple. Il y a tout bonnement confusion dans les termes. Ces grands géomètres emploient en effet l'analyse et même la synthèse, mais dans le sens où nous les avons expliquées au commencement de cet Ouvrage. Leur analyse n'est pas la décomposition d'un tout en ses parties. Ils décomposent, bien entendu, quand cela est possible; c'est, comme nous l'avons dit, une réduction tout élémentaire. Mais après ce premier pas, il faut employer des méthodes qui ne ressemblent en rien à la décomposition.

Et le petit problème que résout Condillac n'est même pas une application de sa méthode.

En effet, il y a deux conditions imposées aux deux inconnues, et en les considérant séparément on obtient deux relations entre les inconnues et les connues : on peut appeler cela une décomposition de la question en deux autres. Mais ces deux questions ne sont pas indépendantes, et ne peuvent être résolues isolément. Il faut les ramener successivement à d'autres plus simples, en se dirigeant par la pensée de parvenir à isoler les deux inconnues, et à ramener ainsi à la résolution d'équations à une seule inconnue. C'est ce que fait Condillac, et cette méthode n'est pas une décomposition, mais bien l'analyse que nous avons exposée.

68. Nous pouvons conclure de là, sans plus ample examen, que l'analyse de Condillac est insuffisante et même impropre à la résolution des questions de raisonnement; qu'elle ne peut être regardée que comme une première préparation à cette résolution, quand toutefois il y a lieu de l'appliquer ; et que dans ce cas même elle n'est que le premier pas indiqué par la méthode que nous avons exposée, qui souvent encore aide à trouver le mode de décomposition le plus avantageux.

De l'opinion de Condillac, que les langues sont des méthodes analytiques.

69. Une langue est l'ensemble des signes au moyen desquels les hommes peuvent exprimer et se communiquer leurs sensations, leurs pensées, leurs sentiments, avec toutes les nuances dont ils sont susceptibles. D'abord très simple, elle s'étend avec nos connaissances; et les rapports que celles-ci ont entre elles demanderaient entre les signes qui les expriment des rapports qui rappelleraient toujours les premiers; d'où résulterait une plus grande facilité à

suivre avec le langage le développement et l'enchaînement des idées, ainsi qu'à apprendre la langue même. Il n'en est malheureusement pas ainsi, et l'analogie n'a pas toujours présidé à la formation du langage.

Quoi qu'il en soit, la formation d'une langue demanderait un examen préalable de toutes nos pensées et tous nos sentiments, sans aucune omission ; c'est-à-dire, suivant l'expression de Condillac, une *analyse* complète de tout ce qui se passe dans notre âme.

Cette analyse de nos pensées précède donc la formation de la langue qui doit les exprimer. Les accroissements qui s'opéreront dans l'ensemble de nos pensées, pourront entraîner des accroissements correspondants dans la langue, qui sera toujours le résultat de l'*analyse* la plus complète de l'état actuel de nos idées et de nos sentiments. Et Condillac le reconnaît expressément en disant : *C'est l'analyse qui fait les langues.*

La langue étant le produit de la méthode *analytique*, n'est donc pas cette méthode elle-même. Mais elle en aide considérablement l'application à toute espèce de question, parce qu'il serait très-difficile de rappeler aux autres et à soi-même une chose quelconque qu'on ne peut toujours montrer, si on n'était pas convenu d'un signe pour la représenter; et à plus forte raison s'il s'agit d'une chose abstraite dont l'idée n'a pu être donnée que par des moyens quelquefois très-compliqués. Et cette difficulté de se faire, sans l'aide des signes, des idées autres que celles des objets visibles, est si grande, que bien des philosophes ont émis l'opinion, certainement exagérée, qu'on ne peut penser qu'avec des signes.

70. Tout en reconnaissant cette immense utilité des langues, on a droit de s'étonner du rôle que Condillac leur attribue.

En parlant d'abord du langage d'action, c'est-à-dire de celui où les signes sont des gestes, il dit qu'il devient naturellement une méthode analytique. « Je dis une *méthode*, ajoute-t-il, parce que la succession des mouvements ne se fera pas arbitrairement et sans règles ; car l'action étant l'effet des besoins et des circonstances où l'on se trouve, il est naturel qu'elle se décompose dans l'ordre donné par les besoins et par les circonstances ; et quoique cet ordre puisse varier, et varie, il ne peut jamais être arbitraire. C'est ainsi que, dans un tableau, la place de chaque personnage, son action et son caractère sont déterminés, lorsque le sujet est donné avec toutes ses circonstances. »

On voit par ces développements que Condillac lui-même ne regarde la décomposition du mouvement que comme la conséquence naturelle de la décomposition des besoins et des circonstances. Comment donc peut-il ajouter :

« En décomposant son action cet homme décompose sa pensée pour lui comme pour les autres ; il l'analyse, et il se fait entendre parce qu'il s'entend lui-même? »

Ici, Condillac suppose que la décomposition de l'action précède et produit celle de la pensée.

Ses deux opinions, émises immédiatement à la suite l'une de l'autre, et comme pour se corroborer, sont évidemment en contradiction, et c'est la première qui est la vraie. Il continue, comme il suit, le développement de cette seconde opinion :

« Comme l'action totale est le tableau de toute la pensée, les actions partielles sont autant de tableaux des idées qui en font partie. Donc, s'il décompose encore ces actions partielles, il décomposera également les idées partielles dont elles sont les signes, et il se fera continuellement de nouvelles idées. »

Ce serait donc encore la décomposition des actions partielles qui produirait la décomposition des idées partielles

dont elles sont les signes, et qui ferait naître continuellement de nouvelles idées. Quel renversement de l'ordre naturel !

Il ajoute :

« Ce moyen, l'unique qu'il ait pour analyser sa pensée, pourra la développer jusque dans les moindres détails, car les premiers signes du langage étant donnés, on n'a plus qu'à consulter l'analogie, elle donnera tous les autres. »

Nous terminerons par le passage suivant :

« Il n'y aura donc point d'idées que le langage d'action ne puisse rendre; et il les rendra avec d'autant plus de clarté et de précision, que l'analogie se montrera plus sensiblement dans la suite des signes qu'on aura choisis. Des signes absolument arbitraires ne seraient pas entendus, parce que n'étant pas analogues, l'acception d'un signe connu ne conduirait pas à l'acception d'un signe inconnu. *Aussi est-ce l'analogie qui fait tout l'artifice des langues; elles sont faciles, claires et précises, à proportion que l'analogie s'y montre d'une manière plus sensible.* »

Il n'y a pas le même reproche à faire à ce passage. On le croirait écrit d'après l'opinion que les idées précèdent les signes qui les représentent, comme le demande la nature, si souvent invoquée par l'auteur. On y voit aussi ce qu'il entend par une langue bien faite, et nous l'admettrons dans la suite sans en rappeler la définition.

Tout ce que Condillac dit du langage d'action, s'applique, comme il le fait remarquer, au cas où les signes seraient des sons articulés, ou des caractères propres à représenter ou ces sons ou les idées elles-mêmes. Nous n'avons donc rien à ajouter à nos observations, qui s'appliquent évidemment à toutes les langues.

Et l'on doit regarder comme constant que soit dans leur formation, soit dans leur emploi journalier, elles ne devancent ni ne décomposent la pensée, mais qu'elles suivent et

accompagnent en quelque sorte la naissance ou la décomposition des idées, en les fixant à mesure qu'elles se produisent.

De l'opinion que l'art de raisonner se réduit à une langue bien faite.

71. Nous avons dit qu'un raisonnement est une opération de l'esprit par laquelle il acquiert la certitude de l'existence d'un certain rapport, d'après la connaissance qu'il a de l'existence de certains autres rapports. Suivant que les signes employés pour représenter les idées, sont plus ou moins simples, la comparaison s'en fait plus ou moins facilement; mais cette comparaison, qui produit la déduction, est toujours une opération de l'esprit ; et le mécanisme du langage a pour objet de la faciliter, mais non de l'exécuter.

Après avoir fait cette remarque, si simple qu'elle peut paraître superflue, comment s'expliquer l'opinion émise par Condillac dans le passage suivant :

« Si nous n'avions point de dénominations, nous n'aurions point d'idées abstraites ; si nous n'avions point d'idées abstraites, nous n'aurions ni genres ni espèces ; et si nous n'avions ni genres ni espèces, nous ne pourrions raisonner sur rien. Or si nous ne raisonnons qu'avec le secours de ces dénominations, c'est une nouvelle preuve que nous ne raisonnons bien ou mal que parce que notre langue est bien ou mal faite. L'analyse ne nous apprendra donc à raisonner qu'autant qu'en nous apprenant à déterminer les idées abstraites et générales, elle nous apprendra à bien faire notre langue; et tout l'art de raisonner se réduit à l'art de bien parler.

» Parler, raisonner, se faire des idées générales ou abstraites, c'est donc au fond la même chose; et cette vérité,

toute simple qu'elle est, pourrait passer pour une découverte. Certainement on ne s'en est pas douté; il le paraît, à la manière dont on parle et dont on raisonne ; il le paraît à l'abus qu'on fait des idées générales ; il le paraît enfin aux difficultés que croient trouver à concevoir des idées abstraites, ceux qui en trouvent si peu à parler.

» *L'art de raisonner ne se réduit à une langue bien faite* que parce que l'ordre dans nos idées n'est lui-même que la subordination qui est entre les noms donnés aux genres et aux espèces; et puisque nous n'avons de nouvelles idées que parce que nous formons de nouvelles classes, il est évident que nous ne déterminerons les idées qu'autant que nous déterminerons les classes mêmes. Alors nous raisonnerons bien, parce que l'analogie nous conduira dans nos jugements comme dans l'intelligence des mots. »

72. On a peine à concevoir qu'un homme comme Condillac ait pu s'arrêter à une pareille théorie. Il faut que sa singularité, jointe à la satisfaction qu'il ne dissimule pas de s'en reconnaître l'auteur, et une méditation incessante, dirigée constamment vers la confirmation de ces opinions, aient fini par produire en lui cette idée fixe, qui est restée impuissante, comme tout ce qui n'est pas la vérité.

Sans doute les découvertes, ou les démonstrations qu'on en fait aux autres, sont facilitées par la perfection du langage. Il suffit de lire les énoncés de tant de beaux théorèmes d'Archimède, pour en être bien convaincu. Avant d'arriver à la fin, on a oublié le commencement. Il faut les relire bien des fois avant de bien comprendre quelle est la proposition à démontrer. On peut juger quelle sera la difficulté de suivre tout le développement de la démonstration même, et quelle a surtout été celle de la découvrir, à moins que ce grand géomètre n'ait employé des signes abréviatifs qu'il n'ait pas fait connaître.

Mais avec le langage algébrique tout se simplifie; les conditions qui demandaient une page entière pour être exprimées dans le langage ordinaire, demanderont à peine quelques lignes dans l'autre; et l'écriture sera saisie instantanément par la vue, et retenue sans difficulté. Les conséquences des raisonnements s'écriront avec la même simplicité; et d'un seul coup d'œil on pourra saisir à la fin l'ensemble de tous les intermédiaires par lesquels on sera passé. Mais il ne faut pas pour cela se faire illusion sur le rôle du langage. Ce n'est pas lui qui a fait les déductions, il n'a fait que les fixer à mesure que l'esprit les faisait; et d'une manière si simple, qu'à chaque instant, sans effort, on pourra y revenir, les comprendre immédiatement à l'inspection seule du tableau qui les figure, en faire toutes les combinaisons par lesquelles on essayera de faciliter la recherche, et qui seraient impraticables avec l'écriture ordinaire, quelque parfaite qu'on la supposât.

Nous n'en dirons pas davantage sur ce point : ceux qui ne seraient pas convaincus par ces courtes réflexions, le seraient moins encore par de longs développements. Nous nous hâtons de passer à l'examen de la dernière des conceptions de Condillac sur lesquelles nous nous trouvons en désaccord avec lui.

De l'opinion que l'identité fait toute l'évidence du raisonnement.

73. Condillac, après avoir résolu à l'aide des signes algébriques, un problème facile qu'il avait résolu d'abord en employant les signes moins commodes du langage ordinaire, fait les remarques suivantes :

« Ce langage algébrique fait apercevoir d'une manière sensible comment les jugements sont liés les uns aux au-

tres dans un raisonnement. On voit que le dernier n'est renfermé dans le pénultième, le pénultième dans celui qui le précède et ainsi de suite en remontant, que parce que le dernier est identique avec le pénultième, le pénultième avec celui qui le précède, etc., et l'on reconnaît que cette identité fait toute l'évidence du raisonnement.

» Lorsqu'un raisonnement se développe avec des mots, l'évidence consiste également dans l'identité, qui est sensible d'un jugement à l'autre. En effet, la suite des jugements est la même, et il n'y a que l'expression qui change. Il faut seulement remarquer que l'identité s'aperçoit plus facilement lorsqu'on s'énonce avec des signes algébriques. »

Et plus loin :

« Quand la question est établie, le raisonnement qui la résout n'est lui-même qu'une suite de traductions où une proposition, traduisant celle qui la précède, est traduite par celle qui la suit. C'est ainsi que l'évidence passe avec l'identité depuis l'énoncé de la question jusqu'à la conclusion du raisonnement. »

Terminons par le passage suivant :

« L'évidence dont nous venons de parler, et que je nomme évidence de raison, consiste uniquement dans l'identité; c'est ce que nous avons démontré. Il faut que cette vérité soit bien simple pour avoir échappé à tous les philosophes, quoiqu'ils eussent tant d'intérêt à s'assurer de l'évidence, dont ils avaient continuellement le mot dans la bouche. »

74. Pour bien juger cette opinion, il faudrait savoir exactement ce que Condillac entend par jugements ou propositions identiques; et c'est ce qu'il n'a pas dit avec la netteté que demandait une si grave question.

Si par propositions identiques il entend, comme il serait naturel de le supposer, deux propositions qui expriment tellement les mêmes rapports, que chacune d'elles entraîne

l'autre comme conséquence ; ou, en d'autres termes, s'il entend par propositions identiques, celles que nous avons nommées réciproques, il est dans l'erreur. Car dans une démonstration ou dans une résolution, on ne procède pas toujours par rapports ou propositions réciproques ; et même dans notre exposition de l'analyse et de la synthèse, nous avons signalé les inconvénients divers qui pouvaient en résulter.

Dans le problème qu'il choisit pour exemple, il dit que chacun des jugements n'est renfermé dans le précédent que parce qu'il lui est identique ; il entend donc par identité quelque chose de plus que déduction ; il entend que l'une des propositions n'est que l'autre exprimée d'une manière différente ; qu'elles sont par suite réciproques : et par conséquent, comme nous venons de le dire, il n'est pas dans le vrai.

Et même dans cet exemple il se trompe en disant que chaque proposition est renfermée dans la précédente ; il y en a une qui n'est pas une conséquence de la précédente, et qui exige la considération des deux précédentes pour être admise : c'est celle qui résulte de l'élimination d'une des inconnues entre deux équations. A laquelle de ces deux dira-t-il qu'elle est identique, puisque aucune des deux ne l'entraînerait, et qu'elle ne résulte que de leur ensemble. Il ne pourra pas dire davantage qu'elle est identique aux deux ensemble, puisqu'elle ne pourrait les remplacer ; c'est seulement la réunion de la dernière et de l'une des deux premières, qui pourrait être substituée à ces deux premières. La dernière ne peut donc réellement être dite identique à l'une de ces deux, puisqu'elle ne peut la remplacer absolument, mais seulement sous la condition que la seconde des deux premières aura lieu.

La seule identité qui ait lieu dans toutes ces équations successives, c'est celle des valeurs des inconnues. Ce sont

toujours les mêmes valeurs qui satisfont à des systèmes successifs d'équations, qui ne seraient identiques que sous le rapport de ces valeurs, et auxquels nous avons donné le nom, qui nous paraît plus convenable, de *systèmes équivalents*.

75. A cette discussion qui ne peut laisser aucun doute, ajoutons une dernière observation, à laquelle nous croyons que Condillac lui-même n'aurait pu résister, et qui montre bien qu'on ne peut appeler identiques les propositions successives dont se compose une démonstration.

En effet nous avons prouvé qu'en partant d'une proposition fausse, on peut par des déductions exactes arriver à une proposition vraie. Si donc on admettait que les propositions bien déduites les unes des autres sont identiques, il faudrait admettre l'identité de deux propositions dont l'une serait vraie et l'autre fausse. Or, de quelque manière qu'on veuille entendre le mot *identité*, on n'en viendra jamais à l'appliquer à deux propositions qui seront dans ce cas; et l'on ne peut supposer que la langue parfaite que Condillac appelait de ses vœux, pût admettre une pareille énormité.

Concluons donc de nouveau qu'on ne démontre pas par une suite d'identités, et que cette vérité *qui par son excès de simplicité aurait échappé à tous les philosophes*, est une illusion produite par un excès de subtilité.

Conclusion de la discussion précédente.

76. L'examen que nous venons de faire des opinions émises par Condillac, dans sa logique, nous a conduit à des conséquences qui peuvent être résumées comme il suit :

1° L'analyse telle que Condillac la conçoit, étant la décomposition d'un tout en ses parties, diffère essentiellement de la méthode qui porte le même nom, et qui s'applique à la ré-

solution des problèmes de raisonnement. Il croit cependant qu'elle est la même; que c'est à elle que Lagrange et Euler doivent les progrès qu'ils ont fait faire à la science : et il donne la solution d'un problème simple, qu'il dit traité par l'analyse telle qu'il l'a définie. En tout cela il est dans l'erreur. Cette analyse serait impropre à la résolution des problèmes de raisonnement ; elle n'est qu'une première préparation à cette résolution, quand toutefois il y a lieu de l'appliquer ; et dans ce cas même elle est comprise dans l'autre, et est si naturellement indiquée, qu'à peine il serait nécessaire de la conseiller. La vraie méthode de recherche pour la résolution de questions proposées, est l'analyse telle que l'a conçue Platon, telle qu'elle a été pratiquée par les anciens géomètres, et que nous avons exposée au commencement de cet Ouvrage, en y ajoutant quelques compléments nécessaires.

2° Les langues ne sont pas, comme le prétend Condillac, des *méthodes analytiques*. L'examen approfondi de tout ce qui se passe dans notre âme, ou, suivant l'expression de Condillac, l'*analyse* complète de nos sentiments et de nos pensées, doit précéder la formation de la langue qui a pour objet de les exprimer. On peut procéder avec méthode à cette formation ; mais le résultat auquel on est conduit n'est pas une méthode. Dans l'emploi qu'on fait de la langue, ce ne sont pas les signes qui devancent et décomposent la pensée; ils ne font que suivre les idées à mesure qu'elles se forment, se prêtent à toutes les décompositions que l'esprit y conçoit, et les fixent invariablement à mesure qu'elles se produisent.

3° L'art de raisonner ne se réduit pas, comme le dit Condillac, à une langue bien faite. Ce n'est pas le langage qui fait les déductions ; il les exprime et les fixe quand l'esprit les a faites. Il peut les rendre plus ou moins faciles, suivant qu'il est plus ou moins parfait. Les démonstrations d'Ar-

chimède, si difficiles à suivre, quand on emploie comme il le faisait le langage ordinaire, deviennent très-simples avec le langage algébrique. Mais la comparaison qui amène la déduction est toujours une opération de l'esprit ; et le mécanisme du langage a pour objet de la faciliter et non de l'exécuter.

4° Les raisonnements ne sont pas des identités. Les propositions successives qu'on déduit les unes des autres, ne sont pas identiques entre elles ; il n'y a à l'être que les choses dont elles expriment les propriétés. Lorsque, par exemple, en partant de la propriété qui sert de définition au cercle, on parvient à prouver que tous les rayons coupent cette courbe à angle droit, on obtient ainsi une propriété très-différente de la première ; il n'y a identité qu'entre les deux courbes qui jouissent de l'une et de l'autre. Dans le plus simple raisonnement, la conséquence n'est identique avec aucune des deux prémisses. Si par exemple on admet ces deux propositions, que A est égal à B, et que B l'est à C, on tirera la conséquence que A est égal à C. Mais cette troisième proposition n'est identique avec aucune des deux premières ; elle ne résulte d'aucune d'elles séparément, mais seulement de leur ensemble. Et l'on ne peut pas dire non plus qu'elle est identique avec cet ensemble ; car elle pourrait être vraie, tandis que les deux autres seraient fausses.

FIN.

615671